

Mathematische Bildung / Mathematik

Bildungsplan für den Elementar- und Primarbereich

Herausgegeben von der Senatorin für Kinder und Bildung
Rembertiring 8–12
28195 Bremen
<http://www.bildung.bremen.de>

Stand: 2025

Ansprechpartnerin im Landesinstitut für Schule: Dr. Nikola Leufer

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung	4
1 Aufgaben und Ziele des mathematischen Bildungsbereichs	5
1.1 Beitrag zur Bildung	5
1.2 Kompetenzbereiche	6
2 Mathematisches Lernen in Kita und Grundschule	14
2.1 Anschlussfähiges mathematisches Lernen gestalten	14
2.2 Gestaltungsprinzipien	14
2.3 Beobachten, dokumentieren, rückmelden und beurteilen	17
3 Entwicklung mathematischer Kompetenzen	19
3.1 Menge, Zahl und Operation	20
3.2 Größen und Messen	25
3.3 Raum und Form	32
3.4 Daten und Zufall	35
4 Standards	37
4.1 Prozessbezogene mathematische Kompetenzen	37
4.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	39

Vorbemerkung

Das Vorhaben „Bildungsplan 0 bis 10 im Land Bremen“ (BP 0–10) bildet die Basis einer durchgängigen und anschlussfähigen Zusammenarbeit von Einrichtungen der Kindertagesbetreuung und Grundschulen. Der gesetzlich verankerte Bildungs- und Erziehungsauftrag von Elementar- und Primarbereich und das gemeinsame Verständnis der kooperativen Gestaltung kontinuierlicher kindlicher Bildungsprozesse werden in den „Pädagogischen Leitideen“ (2018) beschrieben. Die „Bildungspläne“ im Rahmen des BP 0–10 konkretisieren diesen Auftrag für das fachliche Lehren und Lernen.

Der vorliegende Bildungsplan für den Bereich Mathematische Bildung und das Fach Mathematik richtet sich gleichermaßen an Fachkräfte in Einrichtungen der Kindertagesbetreuung und an Lehrkräfte an Grundschulen im Land Bremen, darüber hinaus auch

- an die Träger dieser Einrichtungen,
- an die Verantwortlichen in der Verwaltung,
- an die Verantwortlichen für die Aus- und Weiterbildung der Fach-/Lehrkräfte,

für deren Tätigkeit er eine verbindliche fachliche Grundlage darstellt, sowie an Bezugspersonen der Kinder im Alter von 0 bis 10 Jahren, denen er eine verlässliche Orientierung bieten soll. Als verbindlicher Bildungsplan für das Fach Mathematik der Grundschule im Land Bremen (Grundschulverordnung § 2) stellt er insbesondere die Grundlage für die Entwicklung schulinterner Curricula dar, in denen Festlegungen über Unterrichtsinhalte und Unterrichtsgestaltung (z. B. auch fächerübergreifende Projekte) an der Einzelschule getroffen werden (Grundschulverordnung § 9 (4)).

Der vorliegende Bildungsplan strukturiert den Bildungsbereich und das Fach Mathematik entlang fachdidaktisch begründeter Kompetenzbereiche und formuliert fachdidaktische Prinzipien zum mathematischen Lernen der Kinder über die institutionellen Grenzen hinweg (Kap. 1 und 2). Die beschriebenen Aktivitäten in Kapitel 3 dienen als Grundlage für die Begleitung kindlicher Bildungsprozesse und die Planung und Ausgestaltung von Lernangeboten.

Das Kapitel 4 des vorliegenden Bildungsplans richtet sich ausschließlich an die Grundschule und formuliert erwartete Lernergebnisse als verbindliche Anforderungen (Standards) zu zwei Zeitpunkten: Am Ende der Jahrgangsstufe 2 und am Ende der Jahrgangsstufe 4 (gemäß Grundschulverordnung § 2 (5)). Diese Anforderungen beschränken sich auf wesentliche fachbezogene Kenntnisse und Fähigkeiten und sind als fachbezogene Kompetenzen beschrieben. Sie orientieren sich dabei an den Bildungsstandards im Fach Mathematik (Ende Jahrgangsstufe 4), die die KMK für alle Bundesländer festgelegt hat. Damit werden die Voraussetzungen geschaffen, um ein klares Anspruchsniveau an der Einzelschule bzw. allen Schulen im Land Bremen zu sichern.

Im Sinne der Ermöglichung einer durchgehenden Bildungsbiografie bereitet die Grundschule auf den Übergang in den 5. Jahrgang der Oberschule bzw. des Gymnasiums vor. Eine Orientierung über die weiterführenden fachlichen Anforderungen bieten die Bildungspläne der entsprechenden Fächer für die Sekundarstufe I im Land Bremen.

Verbindliche Querschnittsaufgaben aller Bildungsbereiche bzw. Fächer werden über die fachintegrierten Anbindungen im Bildungsbereich bzw. Fach hinaus in gesonderten Plänen (Orientierungsrahmen) beschrieben. Hierzu gehören u. a. die Vermittlung sprachlicher Kompetenzen, digitale und kulturelle Bildung sowie die Thematisierung von Bildungsinhalten der nachhaltigen Entwicklung (BNE).

1 Aufgaben und Ziele des mathematischen Bildungsbereichs

1.1 Beitrag zur Bildung

Kinder begegnen beim Erkunden ihrer Umwelt mathematischen Inhalten schon weit vor dem Schulanfang: Bei einem Kartenspiel gewinnt das Kind mit den meisten Karten, im Freispiel legen die Kinder symmetrische Figuren oder sie vergleichen die Höhe von gebauten Türmen. Während die Mathematik im ersten Beispiel dem Spiel innewohnt, könnten die mathematischen Aspekte der beiden anderen Beispiele für die Kinder auch nachrangig sein. Werden die Kinder dann angeregt, ihre Beobachtungen und Ideen in Worte zu fassen und einander mitzuteilen, können daraus dennoch mathematische Lernerfahrungen erwachsen. Das frühe mathematische Lernen von Kindern im Elementarbereich (d.h. in den U3- und Ü3-Gruppen der Einrichtungen der Kindertagesbetreuung) zielt daher vor allem darauf ab, Gelegenheiten für eine bewusste Auseinandersetzung mit mathematischen Aspekten von Spiel- und Alltagssituationen zu nutzen und zu schaffen.

Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen lebensweltbezogenen mathematischen Erfahrungen der Kinder aus dem familiären Umfeld und der Kindertageseinrichtung auf, vertieft und erweitert sie systematisch und entwickelt aus ihnen mathematische Kompetenzen, die die Basis für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematikhaltigen Phänomenen bilden. Mathematikunterricht in der Grundschule ermöglicht den Schüler:innen insbesondere folgende drei Grunderfahrungen, die miteinander in engem Zusammenhang stehen (vgl. KMK 2022¹, S. 6):

- Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen,
- Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art,
- Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten.

Zudem werden beim Mathematiklernen grundlegende intellektuelle Fähigkeiten gefördert, die über das Fach hinausgehend bedeutsam sind, wie z. B. das Ordnen und Verallgemeinern, das Aufdecken von Analogien, das Konkretisieren in Form von Beispielen und das Transferieren von Gedanken auf strukturgleiche Problemstellungen. Insbesondere kann der Anspruch auf Bildung in und für die digitale Welt realisiert werden, indem

- fachliche Kompetenzen (unter anderem auch) digital gefördert werden,
- wichtige informatische Kompetenzen für eine Teilhabe in der digitalen Welt „unplugged“, d.h. in nicht-informatischen Kontexten, gefördert werden und
- fachliche Kompetenzen für die kritische Reflexion und Einordnung von Informationen in verschiedenen Darstellungen genutzt werden (vgl. KMK 2022).

Der Beitrag des Fachs Mathematik zur Bildung zeigt sich im Zusammenspiel von überfachlichen und fachlichen Kompetenzen, welche sich einerseits auf mathematische Prozesse beziehen und andererseits auf mathematische Inhalte (Leitideen) ausgerichtet sind (s. folgenden Abschnitt).

¹ KMK (2022): Bildungsstandards im Fach Mathematik im Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 23. Juni 2022.

1.2 Kompetenzbereiche

Für die Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik der Primarstufe wird durch die KMK-Bildungsstandards (KMK 2022) ein normativer Rahmen vorgegeben. Da die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bereits in der frühen Kindheit beginnt, ist es mit Blick auf die Anschlussfähigkeit der Bildungsprozesse sinnvoll, sich auch im Elementarbereich an dem Strukturmodell der KMK-Bildungsstandards zu orientieren. Dort werden inhaltsbezogene und prozessbezogene mathematische Kompetenzen unterschieden, die für das Mathematiklernen und die Mathematik insgesamt charakteristisch sind. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich an fünf Leitideen (s. Abb. 1, innen).

Prozessbezogene Kompetenzen beschreiben wichtige inhaltsübergreifende Aktivitäten und Vorgehensweisen (s. Abb. 1, außen). Sie werden in der Auseinandersetzung mit konkreten mathematischen Inhalten erworben und weiterentwickelt.

Umgekehrt müssen Inhalte immer durch geeignete Tätigkeiten wie Modellieren, Argumentieren und Kommunizieren erschlossen werden.

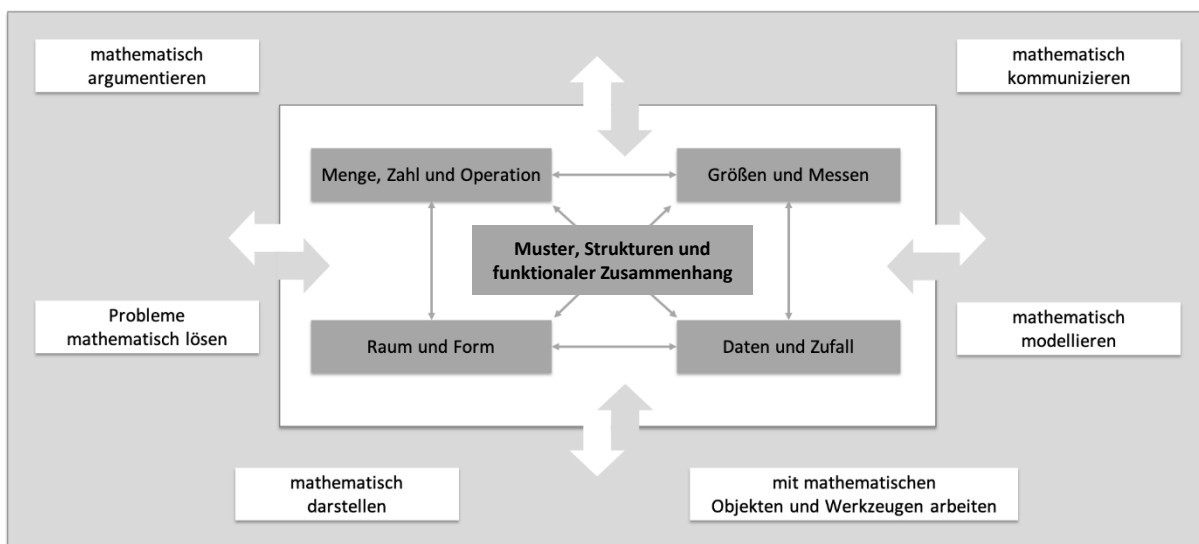


Abbildung 1: Leitideen (innen) und prozessbezogene Kompetenzen (außen)
(vgl. Strukturmodell KMK 2022, S. 6)

Im Folgenden werden diese Kompetenzbereiche überblicksartig erläutert.

Im 3. und 4. Kapitel werden die Aktivitäten und Inhalte zur Entwicklung und Förderung der entsprechenden Kompetenzen sowie die Anforderungen in der Schule (Standards) entlang dieser Kompetenzbereiche strukturiert.

1.2.1 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen orientieren sich an fünf Leitideen, die für das mathematische Lernen im Elementar- und Primarbereich sowie für das weiterführende Mathematiklernen bedeutsam sind (s. Abb. 2).

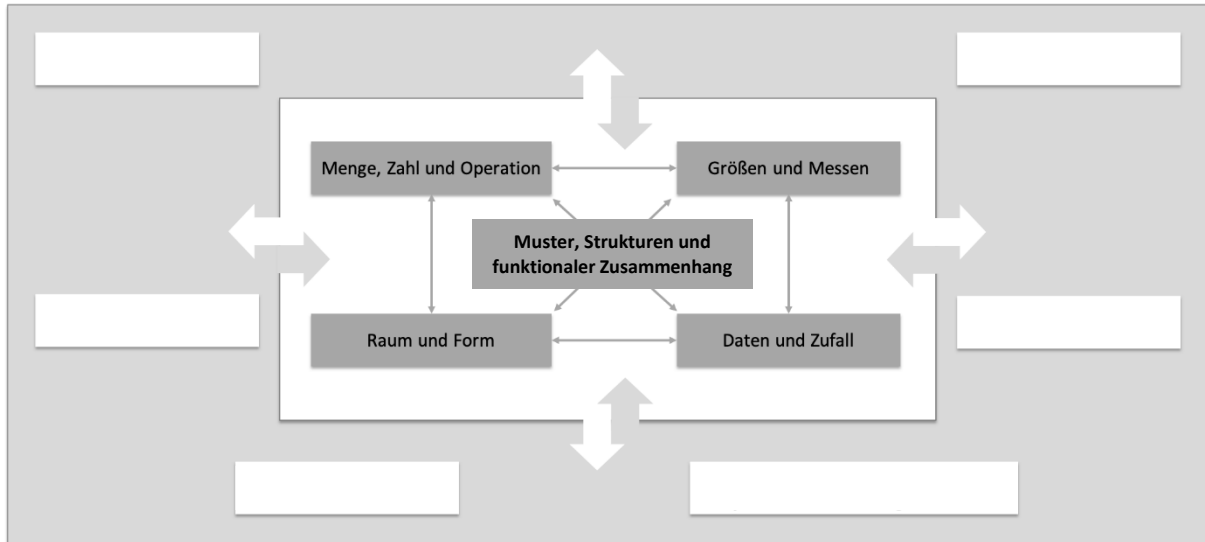


Abbildung 2: Leitideen (vgl. KMK 2022)

Menge, Zahl und Operation

Diese Leitidee umfasst die Entwicklung von Vorstellungen zu Mengen, Zahlen und arithmetischen Operationen.

Dies beinhaltet wiederum den Aufbau von Kenntnissen und Vorstellungen von Zahlen, Strategien des Zählens, das Erkennen von Beziehungen zwischen Zahlen sowie das kontextbezogene Rechnen mit Zahlen (vgl. KMK 2022).

Zum Beispiel in der Kita: 12 Teller brauchen wir für alle Kinder der Gruppe, heute fehlen zwei Kinder, wie viele Teller brauchen wir dann heute?

Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen Kinder im Grundschulunterricht dann (flexibel) Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren verständig aus.

Menge, Zahl und Operation (Kap. 3.1)

Mengen- und Zahlvorstellungen
(S. 20)

Operationsverständnis
(S. 21)

Flexibles Rechnen
(S. 22)

In Kontexten rechnen
(S. 23)

Größen und Messen

Diese Leitidee umfasst den sinnstiftenden mathematischen Umgang mit Größen basierend auf tragfähigen Größenvorstellungen. Sie beinhaltet den Verständniserwerb des Grundprinzips des Messens (nicht-standardisierte und standardisierte Einheitsmaße auswählen, wiederholt nutzen und ggf. in Beziehung zu Untereinheiten setzen), das Bestimmen und Vergleichen von Größen und die sachadäquate Anwendung der erworbenen Kompetenzen zu Größen in Kontexten (vgl. KMK 2022).

Kinder kommen mit dieser Leitidee bereits vor Schulbeginn in Berührung: Sie lernen verschiedene Größen, wie z. B. Länge und Gewicht (Masse²), mit ihren Maßeinheiten kennen und entwickeln im Alter von ungefähr drei Jahren bereits erste Einsichten zum Messen. Im Verlauf der Grundschulzeit entwickeln und nutzen Schüler:innen tragfähige Größenvorstellungen ebenso wie einen Grundbestand an Kenntnissen und Fertigkeiten beim Umgang mit Größen sowie bei der Bearbeitung von Sachproblemen.

In Kapitel 3.2 werden Angebote für die Auseinandersetzung mit Größen dargestellt, die für Kinder im Alter von 0 bis 10 Jahren relevant sind: Insbesondere sind dies die geometrischen Größen Längen, Flächeninhalte und Volumina, die nicht visuell wahrnehmbaren Größen Gewichte (Massen) und Zeit(spannen) sowie Geld(werte), die deutliche Unterschiede zu den anderen Größen aufweisen.

Größen und Messen (Kap. 3.2)
Längen (S. 25)
Flächeninhalte (S. 26)
Volumina (S. 27)
Gewichte (S. 28)
Zeit(spannen) (S. 29)
Geld(werte) (S. 30)

Raum und Form

Die Leitidee „Raum und Form“ leistet einen zentralen Beitrag zur Umwelterschließung und beinhaltet den Umgang mit Objekten in Ebene und Raum sowie darauf bezogene Prozesse wie das geometrische Abbilden (vgl. KMK 2022). Zentrales langfristiges Ziel mathematischer Bildung in diesem Bereich ist die Entwicklung räumlicher Vorstellungsvermögen, d.h. in der Vorstellung räumlich sehen und denken zu lernen. Räumlich-geometrische Fähigkeiten sind darüber hinaus für das Lernen in anderen Bereichen von Bedeutung.

Bereits in den U3- und Ü3-Gruppen des Elementarbereichs lassen sich diese Fähigkeiten insbesondere durch zahlreiche Handlungen mit geometrischen Objekten (z. B. das Legen ebener Figuren, Bauen von Würfelgebäuden) sowie durch ein bewusstes Untersuchen von Beziehungen zwi-

Raum und Form (Kap. 3.3)
Räumliche Orientierung und räumliches Vorstellungsvermögen (S. 32)
Geometrische Figuren (S. 33)
Geometrische Abbildungen (S. 34)

² Die Masse ist ein Maß dafür, wie viel Materie ein Gegenstand „enthält“. Das Gewicht ist ein Maß dafür, wie stark die Schwerkraft auf einen Gegenstand einwirkt. Gewicht(skraft) wird in Newton (N) gemessen. Masse wird in Kilogramm (kg) gemessen. Die Physik unterscheidet sorgfältig zwischen den beiden Begriffen. Im allgemeinen Sprachgebrauch jedoch wird die Masse eines Gegenstandes auch als sein „Gewicht“ bezeichnet. Da im vorliegenden Bildungsplan stark von der Erfahrungswelt der Kinder ausgegangen wird, wird im Folgenden der im Alltag gebräuchliche Begriff des „Gewichtes“ im Zusammenhang mit den Einheiten g und kg verwendet.

schen diesen Objekten, (z. B. zwei deckungsgleiche rechtwinklige Dreiecke lassen sich zu einem Rechteck zusammenlegen; viele gelegte Objekte sind spiegelsymmetrisch) anregen. Hierbei werden zugleich Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung auf- und ausgebaut. In der Schule erweitern die Kinder ihre Grunderfahrungen zu Eigenschaften ebener Figuren und von Körpern, zu den Auswirkungen geometrischer Abbildungen und zu geometrischen Eigenschaften, wie z. B. der Symmetrie. Die Reflexion dieser Erfahrungen ermöglicht zunehmend eine Vertiefung der räumlichen Orientierung sowie den Aufbau des räumlichen Vorstellungsvermögens. Die geometrisch geprägten Größen Längen, Flächeninhalte, Volumina werden unter der Leitidee „Größen und Messen“ (vgl. Kap. 3.2) thematisiert.

Daten und Zufall

Diese Leitidee beinhaltet die Erfassung, Ermittlung, systematische Betrachtung und Interpretation von Daten sowie die datenbasierte Erkundung von Zufallserscheinungen im Alltag und von Experimenten (vgl. KMK 2022).

Das Erfassen, Darstellen und Strukturieren von Daten kann bereits in alltäglichen Spielsituationen im Kindergarten thematisiert werden (z. B.: Wie viele Drei- und wie viele Vierjährige haben wir in der Gruppe?) und wird in der Grundschule mit dem Einsatz verschiedener Darstellungsformen und Analysen vertieft.

Auch erste Erfahrungen zum stochastischen Denken können bereits vor dem Eintritt in die Schule gemacht werden (z. B. bei Würfelspielen oder Glücksrädern), woraufhin der Umgang mit dem Zufall im Grundschulalter zunehmend reflektierter und analytischer wird.

Daten und Zufall (Kap. 3.4)
Daten (S. 35)
Zufall (S. 36)

Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang

Die Leitidee „Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang“ zielt in besonderer Weise auf die fachlich fundierte Erkundung von mathematischen Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten zwischen Zahlen, Formen und Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften (vgl. KMK 2022). Sie nimmt eine besondere Rolle unter den Leitideen ein, denn sie greift den Wesenskern der Mathematik auf, grundlegende Regel- und Gesetzmäßigkeiten inhaltlich zu erfassen, zu erklären und zur Problemlösung zu nutzen. Sie hat zudem eine übergeordnete Bedeutung für die anderen vier Leitideen (Menge, Zahl und Operation; Raum und Form; Größen und Messen; Daten und Zufall) und ist daher beim Erwerb *aller* inhaltsbezogenen Kompetenzen bedeutsam. Die Leitidee „Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang“ steht daher auch im Modell des vorliegenden Bildungsplans im Mittelpunkt (vgl. Abb. 2).

Geeignete Aktivitäten und Inhalte zu dieser Leitidee werden in Kapitel 3 vernetzt mit anderen Leitideen in den entsprechenden Tabellen dargestellt: Hierzu zählen Tätigkeiten wie z. B. Gegenstände nach Eigenschaften zu sortieren bzw. zu ordnen, zu untergliedern, strukturelle Beziehungen zu erkennen und über sie nachzudenken oder Rechenregeln einzusetzen. Zudem ist das Erkennen, Beschreiben und Begründen von

Mustern und Strukturen eine grundlegende Kompetenz, die bei der Lösung von mathematischen Problemen und Sachsituationen zur Anwendung kommt.

So kann das Bilden von Mustern bereits in der Kita beobachtet werden, wenn Kinder beispielsweise Perlenketten auffädeln und dabei abwechselnd eine grüne und eine gelbe Perle verwenden. Muster können auch nachgelegt und fortgesetzt werden, verschiedene Musterfortsetzungen können verglichen und – zu gegebenem Zeitpunkt – können Regeln für ein Fortsetzen verbal formuliert werden.

1.2.2 Prozessbezogene mathematische Kompetenzen

Prozessbezogene Kompetenzen umfassen die zentralen Aspekte mathematischen Arbeitens (siehe Abb. 3). Diese Kompetenzen werden stets in Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten entwickelt, wobei die Entwicklung bereits im Krippenalter beginnt und im Ü3-Bereich und in der Grundschule vertieft wird. Bis auf das mathematische Modellieren und das Arbeiten mit mathematischen Objekten und Werkzeugen sind alle Aspekte auch für das mathematische Lernen vor der Schulzeit bedeutsam.

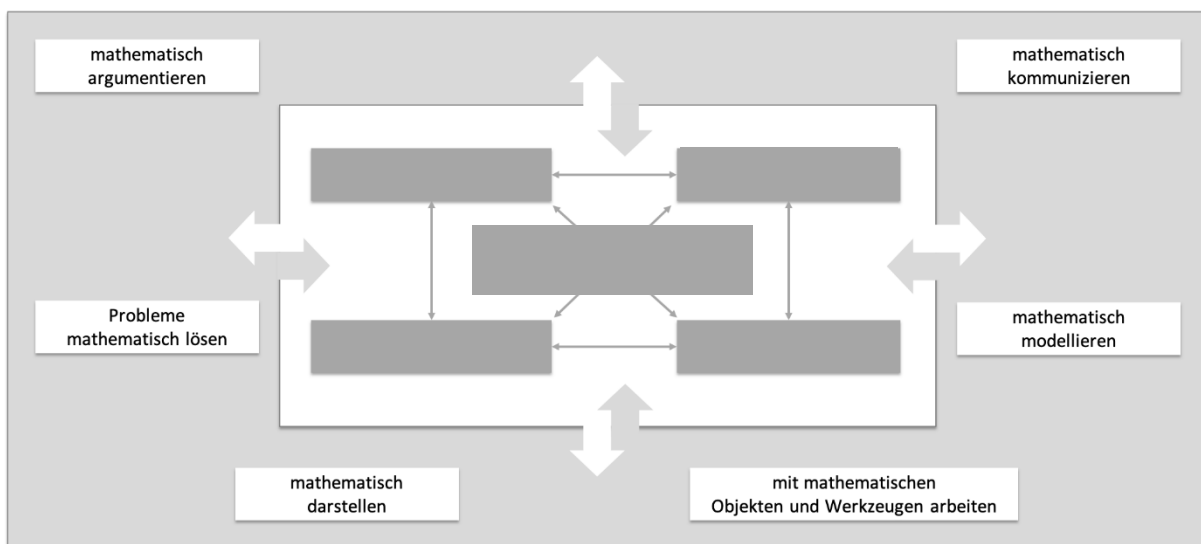


Abbildung 3: Prozessbezogene mathematische Kompetenzen (vgl. KMK 2022)

Mathematisch argumentieren

Beim mathematischen Argumentieren entwickeln Kinder ein Bewusstsein für strittige Fragen zu mathematischen Sachverhalten und ein Bedürfnis, diese überzeugend aufzuklären.

Im Alter von 0 bis 6 Jahren geht es dabei insbesondere um das Hinterfragen mathematischer Sachverhalte, welches durch „Warum“-Fragen o. Ä. gezielt angeregt wird. Zum Beispiel: Woher weißt Du, dass es sechs Eier sind? Warum gewinne ich, wenn ich jetzt diese Karte lege? Ein solches Hinterfragen passiert in der Regel nicht von selbst, die pädagogischen Fachkräfte müssen es immer wieder anregen und sollten selbst als Vorbilder handeln, indem sie mathematische Erfahrungen versprachlichen und hinterfragen.

In der Grundschule geht es darum, mathematische Zusammenhänge zu erkennen und zu begründen bzw. Begründungen nachzuvollziehen. Dabei können mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten häufig zunächst beispielgebunden und dann zunehmend allgemein erklärt werden (vgl. KMK 2022).

Mathematisch kommunizieren

Beim mathematischen Kommunizieren verständigen sich Kinder mündlich oder auch schriftlich und mit Hilfe geeigneter Medien über mathematische Bearbeitungen, treffen darüber fachliche Absprachen und gehen inhaltlich aufeinander ein (vgl. KMK 2022). Gerade das Sprechen über mathematische Erlebnisse und Erfahrungen befördert den mathematischen Erkenntnisgewinn.

Das Kommunizieren muss bei jungen Kindern immer wieder durch Impulse und Fragen während des Handelns in Alltags- und Spielsituationen angeregt werden. Dabei geht es sowohl darum, anderen eigene mathematische Gedanken zu beschreiben, als auch darum, die Überlegungen anderer nachzuvollziehen.

In der Grundschule aktivieren Kinder Kompetenzen des Kommunizierens ebenfalls in kooperativen und interaktiven Unterrichtsprozessen. Sie nutzen zunehmend mathematische Fachbegriffe und Zeichen richtig und gewinnen schrittweise an Erfahrung, Mathematikaufgaben auch gemeinsam zu bearbeiten sowie ihre Lösungswege anderen (mündlich und schriftlich) nachvollziehbar zu beschreiben.

Probleme mathematisch lösen

Kinder lernen Mathematik durch die selbstständige Auseinandersetzung mit Phänomenen, die zu eigenen Lösungswegen herausfordern. Beim Lösen von Problemen, zu deren Bearbeitung sie noch keine Routinestrategien haben, werden vorhandene mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten auf kreative Weise angewandt, verknüpft und dadurch weiterentwickelt.

Problemhaltige Aufgaben werden im Kita- und Grundschulalter durch zunehmend systematisches Probieren und den Einsatz weiterer heuristischer Strategien (wie z. B. das Zerlegen in Teilprobleme) gelöst.

Weitere geeignete Heuristiken in der Primarstufe sind vor allem das Nutzen von Analogien oder das Rückwärtsarbeiten, das Erstellen von Skizzen und das Nutzen von Tabellen (vgl. KMK 2022).

Mathematisch modellieren

Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines Sachproblems mit Hilfe der Mathematik, wobei das Sachproblem einen Bezug zur Realität der Schüler:innen aufweist und eine Auseinandersetzung mit dem Kontext erfordert (vgl. KMK 2022). Von besonderer Bedeutung ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden.

Typische Teilschritte des Modellierens sind u. a. das Strukturieren und Vereinfachen der gegebenen Realsituation, das Übersetzen des Sachproblems in mathematische Sprache, das innermathematische Lösen und das Interpretieren sowie Prüfen der mathematischen Ergebnisse bzw. des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf das Sachproblem.

Die Kompetenz „mathematisch modellieren“ wird explizit erst in der Grundschule relevant.

Mathematisch darstellen

Diese Kompetenz umfasst das Auswählen von sowie das verständige Umgehen mit bildlichen, symbolischen, materiellen, verbal-sprachlichen sowie grafisch-visuellen und tabellarischen Darstellungen, die mathematische Objekte und Sachverhalte repräsentieren. Von besonderer Bedeutung ist das Vernetzen von mathematischen Darstellungen (vgl. KMK 2022), das heißt, dass Kinder flexibel innerhalb und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln können. Wechsel zwischen Darstellungsformen können beim Lösen mathematischer Probleme helfen.

Im Elementarbereich kann dies bedeuten, dass Kinder ihr mathematisches Tun mit den ihnen zur Verfügung stehenden Mitteln dokumentieren. So können Kinder z. B. ein geometrisches Bild mit Plättchen nachlegen (enaktiv), stempeln oder ggf. auch aufzeichnen (ikonisch).

In der Grundschule kommt darüber hinaus die mathematisch-symbolische Form der Darstellung hinzu. Das Übertragen der Darstellungsformen fördert dabei Verständnis und Flexibilität (vgl. „E-I-S-Prinzip“: enaktiv / handelnd – ikonisch / bildhaft – symbolisch sowie das Gestaltungsprinzip „Handlungsorientierung und verschiedene Darstellungsformen“ im Kap. 2.2). Im Mathematikunterricht werden zudem verschiedene Darstellungen interpretiert, bewertet und miteinander verglichen.

Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten

Diese Kompetenz beinhaltet den fachlich sicheren Umgang mit den im Mathematikunterricht der Primarstufe relevanten mathematischen Objekten (z. B. arithmetisch: u. a. Zahlen, Symbole, Terme, Gleichungen; geometrisch: u. a. Ecken, Kanten, Formen, Winkel, Symmetrieachsen) und den adäquaten Einsatz mathematischer Werkzeuge (u. a. Lineal, Zirkel, Taschenrechner, Apps).

Die Kompetenz „mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten“ wird explizit erst in der Grundschule relevant. Erste Erfahrungen vor dem Eintritt in die Schule sind zwar möglich, aber nicht notwendig.

1.2.3 Überfachliche Kompetenzen

Überfachliche Kompetenzen sind Schlüsselkompetenzen, die über spezifische Fachkenntnisse hinausgehen und in verschiedenen Bereichen des Lebens und Lernens relevant sind. Sie sind grundlegend für erfolgreiche Lernprozesse, für die persönliche und berufliche Entwicklung und bei der Bewältigung unterschiedlichster Anforderungen und Probleme von zentraler Bedeutung. Die Vermittlung überfachlicher Kompetenzen ist eine gemeinsame Aufgabe und ein gemeinsames Ziel aller Bildungsbereiche bzw. Unterrichtsfächer sowie der gesamten Kita- und Schulzeit.

Die überfachlichen Kompetenzen lassen sich vier Bereichen zuordnen:

Personale Kompetenzen	Motivationale Einstellungen
umfassen Einstellungen und Haltungen sich selbst gegenüber. Die Kinder sollen Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und die Wirksamkeit des eigenen Handelns entwickeln. Sie sollen lernen, die eigenen Fähigkeiten realistisch einzuschätzen, ihr Verhalten zu reflektieren und mit Kritik angemessen umzugehen. Ebenso sollen sie lernen, eigene Meinungen zu vertreten und Entscheidungen zu treffen.	beschreiben die Fähigkeit und Bereitschaft, sich für Dinge einzusetzen und zu engagieren. Die Kinder sollen lernen, Initiative zu zeigen und ausdauernd und konzentriert zu arbeiten. Dabei sollen sie Interessen entwickeln und die Erfahrung machen, dass sich Ziele durch Anstrengung erreichen lassen.
Die Kinder haben Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und glauben an die Wirksamkeit des eigenen Handelns (Selbstwirksamkeit). ... entwickeln eine eigene Meinung, treffen eigene Entscheidungen und vertreten diese gegenüber anderen (Selbstbehauptung). ... schätzen eigene Fähigkeiten realistisch ein und nutzen eigene Potenziale (Selbstreflexion).	Die Kinder sind motiviert, Neues zu lernen und Dinge zu verstehen, strengen sich an, um sich zu verbessern (Lernmotivation). ... setzen sich für Dinge ein, die ihnen wichtig sind, zeigen Einsatz und Initiative (Zielorientierung). ... arbeiten ausdauernd und konzentriert, geben auch bei Schwierigkeiten nicht auf (Ausdauer).
Lernmethodische Kompetenzen	Soziale Kompetenzen
bilden die Grundlage für einen bewussten Erwerb von Wissen und Kompetenzen und damit für ein zielgerichtetes, selbstgesteuertes Lernen. Die Kinder sollen lernen, Lernstrategien effektiv einzusetzen und Medien sinnvoll zu nutzen. Sie sollen die Fähigkeit entwickeln, unterschiedliche Arten von Problemen in angemessener Weise zu lösen.	sind erforderlich, um mit anderen Menschen angemessen umgehen und zusammenarbeiten zu können. Dazu zählen die Fähigkeiten, erfolgreich zu kooperieren, sich in Konflikten konstruktiv zu verhalten sowie Toleranz, Empathie und Respekt gegenüber anderen zu zeigen.
Die Kinder gehen beim Lernen strukturiert und systematisch vor, planen und organisieren eigene Arbeitsprozesse (Lernstrategien). ... kennen und nutzen unterschiedliche Wege, um Probleme zu lösen (Problemlösefähigkeit). ... können Informationen sammeln, aufbereiten, bewerten und präsentieren (Medienkompetenz).	Die Kinder arbeiten gut mit anderen zusammen, übernehmen Aufgaben und Verantwortung in Gruppen (Kooperationsfähigkeit). ... verhalten sich in Konflikten angemessen, verstehen die Sichtweisen anderer und gehen darauf ein (Konstruktiver Umgang mit Konflikten). ... zeigen Toleranz und Respekt gegenüber anderen und gehen angemessen mit Widersprüchen um (Konstruktiver Umgang mit Vielfalt).

Überfachliche Kompetenzen werden von den Fachkräften und Lehrkräften über die gesamte Kita- und Schulzeit kontinuierlich gefördert und erweitert. Dies geschieht zum einen im alltäglichen Zusammenleben, zum anderen durch die vertiefte Auseinandersetzung mit Fachinhalten. Die überfachlichen Kompetenzen sind neben den inhaltsbezogenen und prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen bei der Erarbeitung des schulinternen Curriculums zu berücksichtigen.

2 Mathematisches Lernen in Kita und Grundschule

2.1 Anschlussfähiges mathematisches Lernen gestalten

Der vorliegende Bildungsplan soll dazu beitragen, Kindern über die Institutionen hinweg ein anschlussfähiges mathematisches Lernen zu ermöglichen. Zahlreiche Forschungsergebnisse verweisen auf die Bedeutsamkeit der frühen Förderung mathematischer Kompetenzen. Insbesondere kann dies späteren Lernschwierigkeiten sinnvoll vorbeugen.

Eine wichtige Aufgabe der pädagogischen Fachkräfte und Lehrkräfte besteht somit darin, Lerngelegenheiten zu schaffen, damit Kinder die Erfahrungen machen können, die sie für ihre mathematische Lernentwicklung brauchen. Mathematisches Verständnis entwickelt sich aber nicht allein durch Erfahrungen: Es bedarf der mathematischen Bewusstheit, die am einfachsten entsteht, wenn die Mathematik zur Bewältigung einer Situation für ein Kind bedeutsam wird. Dazu eignen sich sowohl Alltags- und Spielsituationen, aber auch stärker vorstrukturierte Lernangebote, bei denen die pädagogischen Fachkräfte mathematische Aspekte gezielt in den Fokus rücken können. In der Grundschule werden diese Erfahrungen dann vertieft, ausgebaut und systematisiert.

Da die mathematische Entwicklung von Kindern unterschiedlich schnell verlaufen kann, müssen pädagogische Fachkräfte und Lehrkräfte auf der Basis des aktuellen Entwicklungsstandes Lernsituationen konzipieren, die Kindern ein kontinuierliches Weiterlernen ermöglichen. Um die Durchgängigkeit der kindlichen Lernprozesse abzusichern, ist es sinnvoll, dass die pädagogischen Fachkräfte und Lehrkräfte die Bildungskonzepte beider Einrichtungen kennen und aufeinander abstimmen. Für die individuelle mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder ist daher eine Kohärenz der Lernangebote mit Blick auf die mathematischen Inhalte, Anforderungen und Ziele – aber auch in Bezug auf grundlegende Gestaltungsprinzipien – von besonderer Bedeutung. Dies gilt in gleicher Weise für die Anschlussfähigkeit nach „oben“, d.h. zur Sekundarstufe I. Die Konkretisierungen der Leitideen, wie sie in Kapitel 3 erfolgen, sollen diesen Prozess unterstützen.

2.2 Gestaltungsprinzipien

Auch wenn das frühe mathematische Lernen in unterschiedlichen Institutionen stattfindet und Unterschiede in der konkreten Ausgestaltung und Begleitung von Lernangeboten bestehen, lassen sich doch fachdidaktische Grundsätze formulieren, die übergreifend Gültigkeit besitzen. Im Folgenden werden zentrale Prinzipien der Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen aufgeführt, die einen verstehenden Umgang mit Mathematik befördern. Sie beziehen zugleich die im vorangegangenen Kapitel dargestellten prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen (vgl. Kap. 1.2.2) mit ein. Lernangebote, die diese Aspekte aufgreifen, können dazu beitragen, die Freude der Kinder an der Auseinandersetzung mit mathematikhaltigen Phänomenen, ihre Entdeckerhaltung und ihr Selbstvertrauen in ihre mathematischen Fähigkeiten zu fördern und zu erweitern.

Lernen in bedeutsamen Kontexten

Bedeutsame Kontexte knüpfen an die bisherigen Erfahrungen der Kinder an, schaffen eine hohe Motivation und wirken so lernförderlich. Sie können aus einer freiwilligen Auseinandersetzung des Kindes entstehen, die z. B. in einer Freispielsituation in der Kindertageseinrichtung oder Schule auftaucht. Dabei handelt es sich nicht immer um lebensweltlich relevante Anforderungen, auch ästhetisch ansprechende mathematische Strukturen vermögen Kinder zu motivieren. So übt das Erzeugen symmetrischer

Figuren, z. B. beim freien Legen mit quadratischen Plättchen, auf viele Kinder eine besondere Faszination aus.

Sinnstiftung lässt sich auch gezielt über vorstrukturiertere Lernsituationen initiieren. Dabei muss es allerdings gelingen, dass Kinder die aufgeworfenen Fragen nach mathematischen Zusammenhängen zu ihren eigenen machen. Insgesamt sind u. a. Situationen günstig, die Kinder aus ihrem Alltag kennen, in denen sie interessengeleitet Aktivitäten auswählen und neues Wissen mit bereits vorhandenem vernetzen können.

Lernen – eigenaktiv und im sozialen Austausch

Das kindliche Lernen ist ein aktiver, konstruktiver und oft ein entdeckender Prozess. Pädagogische Fachkräfte und Lehrkräfte können diesen Prozess sinnvoll unterstützen, indem sie optimale Rahmenbedingungen für eine aktive Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten schaffen. Dazu gehört einerseits das Bereitstellen geeigneter Materialien, z. B. für das Freispiel in der Kindertageseinrichtung und in der Schule, sowie mathematisch gehaltvoller Lernangebote, die Kindern die Möglichkeit eröffnen, an ihren eigenen Vorkenntnissen anzuknüpfen und individuelle Lösungsansätze und Strategien zu entwickeln. Darüber hinaus besteht die Aufgabe der pädagogischen Fachkräfte und Lehrkräfte darin, die Aufmerksamkeit der Kinder durch konkrete Impulse auf den mathematischen Gehalt einer Situation zu richten oder zu einer vertieften fachlichen Auseinandersetzung anzuregen. Kinder machen dabei unvermeidlich Fehler, diese werden zugelassen und für den Prozess des Lernens als notwendig herausgestellt.

Mathematisches Lernen ist in besonderer Weise auf inhaltsbezogene soziale Aushandlungsprozesse angewiesen. Dazu müssen Kinder angeregt werden, eigene Vorgehensweisen mitzuteilen, eigene Sichtweisen im Gespräch mit anderen zu präzisieren und zu erörtern sowie letztlich in der Aushandlung die eigene Idee zu hinterfragen und Ideen anderer aufzunehmen bzw. weiterzuentwickeln.

Über Mathematik sprechen

Mathematische Situationen begegnen Kindern in ihrem Alltag. Die Sprache ermöglicht es, eigene Gedankengänge darzustellen, zu erläutern und ggf. zu begründen. Die Thematisierung mathematischer Aspekte kann allerdings oftmals nicht in der aktuellen Alltagssituation direkt erfolgen, da diese dann den Prozess des Spielens oder Bauens unterbrechen würde. Hier können sog. Erzählbilder genutzt werden, die einen mathematisch interessanten Aspekt einfangen und später für den Austausch genutzt werden können. Hierfür eignen sich Situationen, die sich tatsächlich ereignet haben, z. B. eine Spielsituation, über die im Nachhinein gesprochen wird, aber auch die Darstellung von Situationen, die sich so im Alltag ereignen könnten.

Die Verknüpfung der Welt der Mathematik mit dem Sprechen fordert Kinder auf der sprachlichen Ebene heraus. Neben einem entsprechenden Sachwortschatz werden Präpositionen und Adverbien verwendet, die für Kinder mit Deutsch als Zweitsprache oft eine Herausforderung darstellen. Zugleich erfordert das Beschreiben bestimmte sprachliche Muster, die Kinder erst sukzessive erwerben. Ausgehend von der Alltagssprache und den Vorkenntnissen der Kinder wird die mathematische Fachsprache allmählich entwickelt. Ein verabredeter Wortschatz ermöglicht den Schüler:innen im Mathematikunterricht über mathematische Sachverhalte sowie ihre eigenen Vorgehensweisen zunehmend präziser miteinander zu kommunizieren und mathematisch zu argumentieren, z. B. in Rechen- oder Baukonferenzen, bei Konstruktionsbeschreibungen u. Ä. Dabei können unterstützende sprachliche Muster Hilfe und Orientierung bieten. Die Fachbegriffe müssen selbstverständlicher Bestandteil des Unterrichts sein,

um vom passiven in den aktiven Wortschatz der Kinder überzugehen. Um einen mathematischen Begriff zu abstrahieren, müssen die Kinder dessen unterschiedliche Aspekte in verschiedenen Darstellungen und Anwendungszusammenhängen erfahren. So ist gewährleistet, dass sie diesen flexibel anwenden können und ihn nicht nur mit einer bestimmten Situation verbinden.

Wiederholen und Üben

Wenn eine Tätigkeit für ein Kind bedeutsam ist, kann es sich dieser Tätigkeit zuwenden und sie mehrfach wiederholen. Dies kann dazu führen, das Ausführen der Tätigkeit zu lernen und zu festigen. Eine solche Fokussierung der Aufmerksamkeit kann nicht gezielt von außen gesteuert werden. Allerdings ist es möglich, im Sinne einer vorbereiteten Umgebung, Materialien und Räumlichkeiten zu schaffen, in denen solche Prozesse möglichst gut gedeihen können.

In der Schule sind Aufgabenformate zum beziehungsreichen Üben von zentraler Bedeutung. Diese fokussieren auf das Entdecken und Nutzen mathematischer Zusammenhänge und zielen auf die vernetzte Vertiefung vorhandenen Wissens und Könnens. Erst wenn tragfähige Vorstellungen entwickelt und ein solides mathematisches Verständnis ausgebildet ist, z. B. in Form von Rechenstrategien, können Grundfertigkeiten durch formales Üben automatisiert werden. Letzteres ist daher ausschließlich im schulischen Kontext sinnvoll.

Handlungsorientierung und verschiedene Darstellungsformen

Die frühen Begegnungen mit Mathematik werden von Handlungen mit Gegenständen geprägt. Beim Legen mit Formen entsteht z. B. ein schönes Kunstwerk, zugleich lernen Kinder über die Handlung des Legens geometrische Eigenschaften der Legeobjekte kennen. Das Handeln mit konkreten Gegenständen ist für das frühe mathematische Lernen unerlässlich, denn nur auf dieser Basis können Kinder im Laufe der Zeit innere Bilder und somit tragfähige Vorstellungen entwickeln. Grundlegende und langfristige Bedeutung für das Mathematiklernen haben vor allem systematische Handlungen, mit denen die Eigenschaften von Gegenständen und ihre Beziehungen zu anderen Gegenständen erforscht werden. Wenn Kinder Gelegenheiten haben, Handlungen immer wieder durchzuführen, zu verändern, effektiver zu gestalten sowie zunehmend bewusst auszuführen, dann beginnen sie, sich vom einfachen Tun zu lösen und ihr konkretes Handeln mit Nachdenken und gezielteren Überlegungen zu verknüpfen. Sie lernen mit der Zeit, sich diese vorzustellen und als innere Handlungen durchzuführen. Mathematische Objekte, Eigenschaften und Operationen können dann allmählich auf abstrakterer Ebene verstanden werden.

Bis zum Schulbeginn geht es vor allem darum, authentische Anlässe für mathematisches Lernen in alltäglichen Situationen zu kreieren, die aus dem konkreten Tun heraus zum Entdecken, Vergleichen, Verändern von Mengen, Formen und Räumen auffordern. Im Prozess des Handelns bleiben mathematische Lernprozesse für Kinder vielfach implizit, eine sich anschließende gemeinsame Reflexion kann dann den Blick auf die mathematischen Strukturen lenken. In vielen Situationen kann auch eine zeichnerische Dokumentation hilfreich sein. Im Verlauf der Schulzeit kommt dann die mathematische Symbolebene als weitere Darstellungsform hinzu. Die verschiedenen Darstellungen stellen einerseits eine wichtige Lernhilfe dar, andererseits sind sie aber auch Lerngegenstand mit eigenen Anforderungen; die Bedeutungen und Formen des Gebrauchs müssen erlernt werden. Im Grundschulunterricht ist gerade die Thematisierung der Vernetzung innerhalb und zwischen verschiedenen Darstellungsformen notwendig, um aufgebaute Verständnisgrundlagen zu erhalten (vgl. auch Kap. 1.2.2).

2.3 Beobachten, dokumentieren, rückmelden und beurteilen

Durch Beobachtung, (fachdidaktische) Deutung und Dokumentation individueller Entwicklungs- und Lernfortschritte lassen sich Informationen zum Entwicklungsstand eines Kindes gewinnen, die eine zentrale Grundlage für herausfordernde und passgenaue Lernanregungen sowie Spiel- und Bildungsarrangements darstellen. Die durchgängige Beobachtung und Dokumentation der individuellen Bildungs- und Entwicklungsprozesse der Kinder und die Rückmeldung dieser sind somit notwendig für professionelles pädagogisches Handeln.

Beobachtungsaspekte im Elementarbereich und in der Schule

Die mathematische Lernentwicklung von Kindern kann von pädagogischen Fachkräften und Lehrkräften auf vielfältige Weise beobachtet und unterstützt werden.

Im Freispiel in der Kita ist ein Ziel der Beobachtung, in den entsprechenden Situationen das mathematische Potential zu erkennen und Impulse zu geben, die die Aufmerksamkeit der Kinder auf mathematische Aspekte lenken. Ergänzend zum Freispiel können Lernangebote/Aktivitäten hinzukommen, bei denen mathematische Aspekte stärker fokussiert werden.

In den zunehmend gelenkteren Aktivitäten im Mathematikunterricht der Grundschule sollte sich die Beobachtung u. a. an folgenden fachspezifischen Kriterien orientieren, die Kindern sowie Erziehungsberechtigten transparent gemacht werden sollten:

- Verständiges und korrektes Anwenden von mathematischen Begriffen und Operationen
- Sicherheit im Abrufen von Kenntnissen und Ausführen von Fertigkeiten
- Mündliche und schriftliche Darstellungsfähigkeit
- Plausibilität von Lösungswegen und Überlegungen
- Richtigkeit bzw. Angemessenheit von Ergebnissen bzw. Teilergebnissen
- Fähigkeit zum Transfer vorhandenen Wissens und Könnens
- Anwendung von Mathematik in Alltagssituationen
- Eigenständigkeit in der Vorgehensweise
- Flexibilität beim Lösen von Aufgaben
- Ausdauer bei der Bearbeitung mathematischer Fragestellungen

Dokumentation und Rückmeldung im Elementarbereich und in der Schule

In den U3- und Ü3-Gruppen des Elementarbereichs werden verschiedene Formen der Lernentwicklungsdokumentation für die Beobachtung und Dokumentation der kindlichen Entwicklung verwendet, die oft gemeinsam mit dem Kind durchgeführt werden können und sollen. Sie dienen der Dokumentations- und Reflexionsarbeit, als Ausgangspunkt für die Planung und Gestaltung von weiterführenden Aktivitäten und die individuelle Entwicklungsbegleitung der Kinder. Die pädagogischen Fachkräfte gehen darüber mit den Kindern, deren Erziehungsberechtigten und untereinander im Team ins Gespräch.

In der Grundschule sind Leistungsdokumentation, Leistungsbeurteilung und individuelle Rückmeldungen über Fortschritte als Lernprozessbegleitung zu verstehen. Sie dienen der Rückmeldung an die Schüler:innen und deren Erziehungsberechtigte sowie der Auswertung und Planung des Unterrichts. Sie sind eine Grundlage verbindlicher Beratung sowie der Förderung der Schüler:innen. Diese lernen dabei, ihre Arbeitsergebnisse selbst einzuschätzen, Lernprozesse und unterschiedliche Lernwege und -strategien gemeinsam zu reflektieren und zunehmend selbst Verantwortung für ihr weiteres Lernen zu übernehmen.

Die Leistungsrückmeldung in der Grundschule im Land Bremen erfolgt auf Basis der Elemente der „Kompetenzorientierten Leistungsrückmeldung (KompoLei)“, die eine transparente, nachvollziehbare und kompetenzorientierte Rückmeldung ermöglichen.

Grundsätze der Leistungsbeurteilung:

- Beurteilt werden die im Unterricht und für den Unterricht erbrachten Leistungen der Schüler:innen.
- Die Leistungsbeurteilung bezieht sich auf die im Unterricht vermittelten Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, wie sie in den „Standards“ (vgl. Kap. 4) beschrieben sind.
- Leistungsbeurteilung muss für Schüler:innen sowie Erziehungsberechtigte transparent sein, ihre Kriterien müssen zu Beginn des Beurteilungszeitraums bekannt sein.

Die Dokumentation und Beurteilung der individuellen Lernentwicklung und des individuellen Leistungsstands im Fach Mathematik berücksichtigt nicht nur die Produkte, sondern auch die Prozesse schulischen Lernens und Arbeitens. Im Fach Mathematik müssen von den Schüler:innen erbrachte mündliche, schriftliche und praktische Leistungen einbezogen werden. Dazu gehören auch: mündliche und schriftliche Mitarbeit im Unterricht, Arbeitsprodukte (Wochenplan, Portfolios, etc.) sowie Leistungsanteile bei Projekt- oder Gruppenarbeiten (Prozess, Produkt, Präsentation).

3 Entwicklung mathematischer Kompetenzen

Mathematisches Lernen verläuft im Allgemeinen nicht im Sinne eines Stufenmodells, welches Aussagen über die Reihenfolge bestimmter Lernschritte macht. Besser passt die Vorstellung des fortlaufenden Knüpfens eines flexiblen Netzes, wobei die Lernenden dieses selbstständig, unterstützt durch geeignete Lernangebote, von verschiedenen Stellen aus weiterknüpfen und Lücken im Verlauf des Lernprozesses schließen. Damit ist ein spiralförmiges Aufgreifen mathematischer Inhalte sinnvoll, welches eine langfristige, zielgerichtete und detaillierte Planung erfordert.

In den folgenden Tabellen werden solche Lernangebote und Inhalte für die kindliche Lernentwicklung formuliert. Sie sind nach den Leitideen sortiert und beinhalten exemplarische Bezüge zu den prozessbezogenen Kompetenzen (vgl. Kap. 1.2).

Die Anordnung erfolgt aus Gründen der Übersichtlichkeit in Form einer Tabelle, womit aber keine Reihenfolge festgelegt werden soll.

Um den Fachkräften und Lehrkräften in Kita und Schule eine Orientierung bei der Auswahl inhaltlicher Lernangebote zu geben, wurde jeweils eine Zuordnung zu Altersgruppen bzw. Institutionen vorgenommen: U3-Gruppe bzw. Krippe (Kr), Ü3-Gruppe bzw. Kindergarten/Kita (Ki), Jahrgang 1/2 und Jahrgang 3/4.

Ein Kreuz in einer Zeile ist dabei so zu interpretieren, dass die dargestellten Aktivitäten oder Inhalte für eine breite Gruppe von Kindern in der entsprechenden Altersgruppe sinnvoll sind. Fehlt ein Kreuz, kann das inhaltliche Aufgreifen dennoch für einzelne Kinder und deren mathematische Entwicklung zielführend sein.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr Ki 1/2 3/4			
	Kr	Ki	1/2	3/4
xxx				
• xxx (ggf. Beispiele in kursiv)	X	X	X	X
• xxx (ggf. Beispiele in kursiv)			X	X
• xxx (ggf. Beispiele in kursiv)			X	X
• xxx (ggf. Beispiele in kursiv)		X	X	X
• xxx (ggf. Beispiele in kursiv)			X	X

Kr = Krippe bzw. U3,
Ki = Kita bzw. Ü3,
1/2 = Klasse 1 und 2,
3/4 = Klasse 3 und 4.

Auflistung konkreter
Aktivitäten bzw. Inhalte

X = Lernangebote in
diesen Altersstufen bzw.
Institutionen, die für
einen Großteil der Kinder
sinnvoll sein können

3.1 Menge, Zahl und Operation

3.1.1 Mengen und Zahlvorstellungen

Der Aufbau von Mengen- und Zahlvorstellungen beginnt bereits im frühen Kindesalter und wird durch verschiedene Aktivitäten in der Kindertageseinrichtung und in der Grundschule spiralförmig weiterentwickelt.

Kinder lernen Zahlen in unterschiedlichen Verwendungssituationen kennen: So werden Zahlen neben der Nutzung als Anzahlen (Kardinalzahlen) z. B. beim Zählen, auch zur Schaffung einer Reihenfolge (Ordinalzahlen) verwendet. Verschiedene Teilkompetenzen zum Zählen, zur Anzahlerfassung und -darstellung sowie zum Erforschen und Nutzen von Zahleigenschaften und -beziehungen werden dabei zunächst in kleinen Zahlenräumen entwickelt und anschließend auf weitere Zahlenräume übertragen sowie vertieft.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Zählen				
• Aufsagen der Zahlwortreihe	X	X	X	X
• vorwärts und rückwärts Zählen und Weiterzählen	X	X	X	X
• Zählen von Objekten	X	X	X	X
• Benennen von Vorgänger und Nachfolger		X	X	X
• Zählen in Schritten (z. B. 2er-, 5er-, 10er-, 100er-Schritte)			X	X
Anzahlerfassung und -darstellung				
• Vergleichen von Mengen (z. B. <i>mehr, weniger, gleich viel</i>)	X	X	X	X
• Simultanes Erfassen von Würfelbildern und Fingerbildern		X	X	X
• Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von strukturierten und unstrukturierten Mengen (z. B. <i>Muggelsteine, Fingerbilder</i>)		X	X	X
• Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von strukturierten Zahldarstellungen an (analogen oder digitalen) Arbeitsmitteln, dabei vor allem 5er- und 10er-Bündelungen erkennen und nutzen			X	X
• Strukturiertes Darstellen von Anzahlen an (analogen oder digitalen) Arbeitsmitteln			X	X
• Nutzen verschiedener Zahldarstellungen, Darstellungswechsel, Vergleich von Darstellungen: strukturierte Punktefelder, Rechenstrich, Mehrsystemblöcke, Stellenwerttafel, Zahlwort, Ziffernschreibweise			X	X
Stellenwertverständnis				
• Bündeln und Entbündeln von Mengen in unterschiedlichen Darstellungsformen: enaktiv, ikonisch, symbolisch (E-I-S-Prinzip, vgl. Kap. 1.2.2 und Kap. 2.2)			X	X
• Nutzen der Stellenwertschreibweise (z. B. <i>H, Z, E</i>)			X	X
• Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte			X	X
• Aktivitäten zum Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems: Bündelungs- und Stellenwertprinzip			X	X

Zahleigenschaften und -beziehungen				
• Ordnen von Zahlen nach der Größe • Erkennen und Beschreiben von Zahleigenschaften und -beziehungen (z. B. Halbierungen/Verdopplungen, gerade/ungerade Zahlen, Vorgänger/Nachfolger, Nachbarzehner/Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander) • Erkennen und Beschreiben von Zusammenhängen in Zahlen- und Punktmustern • Erkennen von Regeln bei Zahlenfolgen • Fortsetzen von Zahlenfolgen • Erfinden von Zahlenfolgen • Kennen und Begründen von Teilbarkeitsregeln (Endstellen- und Quersummenregeln)		X	X	X
			X	X
	X	X		X
			X	X
			X	X
			X	X
				X

3.1.2 Operationsverständnis

Ein fundiertes Operationsverständnis ist durch den geläufigen Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen (vgl. Kapitel 2.2) gekennzeichnet. Es wird zwischen Handlungen mit Material (enaktiv), bildlichen Darstellungen (ikonisch), Rechengeschichten (sprachlich-symbolisch) und der mathematischen Symbolschreibweise unterschieden, wobei die ersten drei Darstellungsformen bereits in der Kita in Alltagssituationen auftreten, während die Symbolebene im Verlauf der Schulzeit thematisiert wird.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Addition und Subtraktion				
• Aktivitäten zum Aufbau von Grundvorstellungen zur Addition als Hinzufügen, Zusammenfassen, Vergleichen • Aktivitäten zum Aufbau von Grundvorstellungen zur Subtraktion als Wegnehmen, Ergänzen, Vergleichen • Angemessenes Verwenden von Fachbegriffen und Notationsweisen: plus, minus, gleich (=), größer als (>), kleiner als (<), Addition, Subtraktion, Summe, Differenz, ... • Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen der Addition und Subtraktion		X	X	X
		X	X	X
			X	X
			X	X
Multiplikation und Division				
• Aktivitäten zum Aufbau von Grundvorstellungen zur Multiplikation als Vervielfachen, Wiederholen gleichartiger Handlungen, Kombinieren (kombinatorischer Aspekt) • Aktivitäten zum Aufbau von Grundvorstellungen zur Division als Auf- und Verteilen, als Umkehrung der Multiplikation • Angemessenes Verwenden von Fachbegriffen und Notationsweisen: mal, geteilt, Multiplikation, Division, Produkt, Quotient, ... • Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen Multiplikation und Division • Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen der Multiplikation und Addition sowie der Division und Subtraktion		X	X	X
		X	X	X
			X	X
			X	X
			X	X

Zahlenrechnen				
• Übertragen der Aufgaben des kleinen Einspluseins, Einsminuseins, Einmaleins und Einsdurcheins auf das Rechnen in größeren Zahlenräumen			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in Zahlbeziehungen und Rechengesetze: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, Konstanzigenschaften (z. B. Überprüfung der Gleichheit unterschiedlicher Terme)			X	X
• Verwenden verschiedener Strategien beim Rechnen: Zerlegen und Zusammensetzen, gegen- bzw. gleichsinnig verändern (z. B. Nachbaraufgaben nutzen, Tauschaufgabe bilden)			X	X
• Beschreiben und Begründen eigener Rechenstrategien und Nachvollziehen und Beurteilen fremder Rechenwege			X	X
• Notieren von Rechenwegen (z. B. mit Gleichungen, am Rechenstrich)			X	X
Ziffernrechnen				
• Ausführen der schriftlichen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (mit einstelligem Divisor)				X
• Beschreiben der schriftlichen Rechenverfahren der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (mit einstelligem Divisor)				X
Überschlagendes Rechnen				
• Angeben eines ungefähren Ergebnisses einer Rechnung			X	X
• überschlagend Rechnen mit aufgabenangemessener Genauigkeit			X	X
Flexibilität				
• Entwickeln, Vergleichen und Bewerten verschiedener Lösungswege zu einer Aufgabe (z. B.: Welcher Weg ist geschickt / umständlich / besonders fehleranfällig?)			X	X
• Beschreiben und Nutzen von Zahleigenschaften und -beziehungen, um den Lösungsprozess zu vereinfachen (z. B. Ergänzen bei 63-59)			X	X
• Aktivitäten, um aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen im Kopf bzw. halbschriftlich verschiedene Strategien des Zahlenrechnens oder schriftliche Algorithmen anzuwenden			X	X

3.1.4 In Kontexten rechnen

Sachbezüge werden für das Mathematiklernen in unterschiedlicher Funktion verwendet: Häufig steht beim Rechnen in Kontexten die Bewältigung einer Sachsituation mithilfe mathematischer Mittel im Vordergrund. Dabei erfordern die entsprechenden Kontextaufgaben oft den Umgang mit Größen (vgl. Kap. 3.2) und Daten (vgl. Kap. 3.4). Sachbezüge werden aber umgekehrt auch zur Veranschaulichung oder Übung eingesetzt, beispielsweise zum Aufbau von Vorstellungen zu mathematischen Operationen. Aber auch hier ist der Sachbezug nicht selbsterklärend und muss Gegenstand mathematischer Lernsituationen werden. Eine besondere Stellung haben dabei funktionale Bezüge (z. B. Proportionalität) und kombinatorische Aufgaben.

Beim Lösen von Kontextaufgaben (siehe auch Tabellen zu den Größenbereichen 3.2.1 bis 3.2.6) sind insbesondere folgende Prozesse relevant:

- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung der Aufgaben, z. B. Zeichnungen, Tabelle, Skizze
- Vergleichen von unterschiedlichen Lösungswegen und Darstellungsformen
- Prüfen der Ergebnisse auf Plausibilität im Kontext

Im Elementarbereich ist das Lösen sachbezogener Aufgaben bereits möglich, eine Bearbeitung auf symbolischer Ebene wird dabei aber nicht angestrebt. So können Kita-Kinder schon ermitteln, dass nach dem Hinzulegen von 4 Steinen zu 3 Steinen insgesamt 7 Steine vorhanden sind. Die explizite Übersetzung auf die symbolische Ebene ($3 + 4 = 7$) ist aber der Thematisierung in der Schule vorbehalten.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Sachaufgaben				
• Lösen von Kontextaufgaben (z. B. in Form von Rechengeschichten, Bildsachaufgaben) – im Elementarbereich ohne konkrete Nutzung der symbolischen Ebene in Form von Zahlensätzen • überschlagend Rechnen mit aufgabenangemessener Genauigkeit • Finden passender Sachsituationen zu vorgegebenen Termen und Gleichungen		X	X	X
			X	X
			X	X
Funktionale Beziehungen in Sachaufgaben				
• Erkennen und Beschreiben funktionaler Zusammenhänge in Sachsituationen (z. B. Menge – Preis) und Lösen entsprechender Aufgaben • Lösen einfacher Aufgaben zur Proportionalität				X
				X

3.2 Größen und Messen

3.2.1 Größenbereich Längen

Längen nehmen unter den Größen eine besondere Rolle ein. Sie bilden die Grundlage für andere Größen, zudem werden Längen bereits von Kleinkindern wahrgenommen. Das Grundprinzip des Messens, d.h. die Auswahl einer geeigneten Einheit, mit der ein indirekter Vergleich durchgeführt werden kann, kann hier besonders deutlich herausgearbeitet werden.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Länge als Eigenschaft eines Objekts				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe (z. B. <i>groß, klein, lang, kurz, hoch</i>)	X	X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe (z. B. <i>länger – kürzer; breiter – höher, (ungefähr) gleichlang</i>)	X	X	X	X
Direkter Vergleich				
• visuelles Vergleichen von Längen durch Nebeneinanderlegen der Objekte	X	X	X	X
• (experimentelles) Zusammenfügen und Teilen von Längen	X	X	X	X
• Ordnen von Objekten nach der Länge	X	X	X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Längeninvarianz (z. B. <i>ändert sich die Länge einer Schnur nicht, nur weil ich sie „anders hinlege“</i>)		X	X	X
Indirekter Vergleich				
• Vergleichen von Längen mithilfe eines dritten Objekts als Mittler (z. B. <i>Schnur, Stab, eigener Körper, ...</i>) oder mehrerer Objekte gleicher Länge		X	X	X
• Messen von Längen durch wiederholtes Anlegen desselben Objekts: Idee der Maßeinheit			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Transitivität von Längen (z. B. <i>ist ein Kindergartenkind kleiner als eine Bezugsgröße – z. B. ein anderes Kind, der Tisch – und ein Schulkind größer als diese Bezugsgröße, dann ist das Schulkind größer als das Kindergartenkind</i>)		X	X	X
Messen von Objekten mit standardisierten Maßeinheiten				
• Aktivitäten zu grundlegenden Einsichten in den Aufbau einer Messskala, insbesondere zur Einsicht, dass jeder Punkt der Skala als Anfangspunkt der Messung genutzt werden kann			X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Anwenden von konventionellen Messinstrumenten (z. B. <i>Lineal, Zollstock, Maßband</i>)		X	X	X
• Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit			X	X
Längenvorstellungen				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Anwenden der Größeneinheiten Millimeter, Zentimeter, Meter und Kilometer			X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Anwenden der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. <i>1 m = 100 cm</i>)			X	X
• Aktivitäten zum Entwickeln von Stützpunktvorstellungen/Stützpunktwissen zu 1 cm, 10 cm, 1 m, 1 km, 100 km			X	X
• Schätzen von Längen auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen			X	X

Rechnen mit Längen				
• Angeben/Umwandeln von Längenmaßen in unterschiedlichen Einheiten			X	X
• Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Längen			X	X
• Lösen von Kontextaufgaben mit Längen (im Elementarbereich ohne konkrete Nutzung der symbolischen Ebene in Form von Zahlensätzen)	X	X	X	X

3.2.2 Größenbereich Flächeninhalte

Erste Erfahrungen im Umgang mit Flächen können Kinder durch das Auslegen von Flächen, z. B. beim Tangram, erlangen und dabei zugleich einen größenbezogenen Wortschatz aufbauen. So wird das Messen von Flächeninhalten in Form des indirekten Vergleichs mit selbstgewählten bzw. standardisierten Maßeinheiten sinnvoll vorbereitet.

Das Berechnen von Flächeninhalten geometrischer Figuren ist dann Gegenstand des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Flächeninhalt als Eigenschaft eines Objekts				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe (z. B. <i>groß</i> , <i>klein</i>)		X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe (z. B. <i>größer – kleiner</i> , (<i>ungefähr</i>) <i>gleichgroß</i>)		X	X	X
Direkter Vergleich				
• visuelles Vergleichen durch Übereinanderlegen oder Zerteilen der Objekte		X	X	X
• Ordnen von Objekten nach der Größe des Flächeninhaltes		X	X	X
• Einsicht in die Flächeninvarianz (z. B. <i>beim Zerlegen</i>)			X	X
Indirekter Vergleich				
• Vergleichen von Flächeninhalten mithilfe eines dritten Objekts als Mittler			X	X
• Messen von Flächeninhalten durch wiederholtes Anlegen desselben Objekts (z. B. <i>Auslegen mit Plättchen</i>): Idee der Maßeinheit			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Transitivität von Flächeninhalten			X	X
Messen von Flächeninhalten mit standardisierten Maßeinheiten				
• Verwenden von konventionellen Messinstrumenten (z. B. <i>Meterquadrat</i>)				X
• Messen von Flächen durch Auslegen mit Meter-/Zentimeterquadraten				X
• Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit				X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit				X
Flächeninhaltsvorstellungen				
• Nutzen der Größeneinheiten Quadratzentimeter und Quadratmeter				X
• Nutzen der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$)				X
• Verwenden von Stützpunktvorstellungen/Stützpunktwissen zu 1 cm^2 , 10 cm^2 , 1 m^2 , 1 km^2				X
• Schätzen von Flächeninhalten auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen				X

Mit Flächeninhalten rechnen				
• Angeben/Umwandeln von Flächenmaßen in unterschiedlichen Einheiten				X
• Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Flächeninhalten				X
• Lösen von Kontextaufgaben mit Flächeninhalten				X
Bezüge zu Längen				
• Unterscheiden von Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren				X

3.2.3 Größenbereich Volumina

Dieser Größenbereich ist aus mathematischer Perspektive sicher der komplexeste, aber zugleich auch einer, der bereits jungen Kindern zugänglich ist, z. B. beim Umschütten von Sand oder Wasser in Gefäße verschiedener Größe. Solche Experimente können sinnvoll in den Alltag der Kindertageseinrichtung eingebunden werden, so dass Kinder durch das eigene Handeln ganz allmählich Einsicht in die Volumeninvarianz bekommen können und einen größenbezogenen Wortschatz aufbauen.

Eine systematische Vertiefung erfolgt in der Grundschule, wo Liter (l) und Milliliter (ml) als standardisierte Maßeinheiten für „Hohlmaße“ thematisiert werden. Die Berechnung des Volumens geometrischer Körper und die Thematisierung von Kubikmetern als Maß für Volumina findet erst in der Sekundarstufe statt.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Volumen als Eigenschaft eines Objekts				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe (z. B. <i>viel, wenig</i>)		X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe (z. B. <i>mehr – weniger, (ungefähr) gleichviel</i>)		X	X	X
Direkter Vergleich				
• visuelles Vergleichen der Volumina von Objekten		X	X	X
• direktes Vergleichen der Volumina durch Umschütten (z. B. <i>Wasser, Sand</i>)	X	X	X	X
• Ordnen von Objekten nach der Größe des Volumens		X	X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Volumeninvarianz			X	X
Indirekter Vergleich				
• Vergleichen von Volumina mithilfe eines dritten Objekts als Mittler				X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Transitivität von Volumina			X	X
Messen von Volumina mit standardisierten Maßeinheiten				
• Bestimmen von Volumina von Körpern durch Auslegen mit (Einheits-)Würfeln: Volumen als „Würfelmaß“				X
• Bestimmen von Volumina von Hohlkörpern durch Schüttversuche: Volumen als „Hohlmaß“				X
• Verwenden von konventionellen Messinstrumenten (z. B. <i>Messbecher</i>)				X
• Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit				X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit				X

Volumenvorstellungen				
• Kennenlernen und Verwenden der Größeneinheiten Milliliter und Liter				X
• Nutzen der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. $1\text{ l} = 1\,000\text{ ml}$)				X
• Aktivitäten zur Entwicklung von Stützpunktvorstellungen/Stützpunktwissen zu 1 ml, 100 ml, 500 ml, 1 l, 10 l, 100 l				X
• Schätzen von Volumina auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. Stützpunktwissen				X
Mit Volumina rechnen				
• Angeben/Umwandeln von Volumenangaben in unterschiedlichen Einheiten				X
• Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Volumina				X
• Lösen von Kontextaufgaben mit Volumina				X
Bezüge zu Flächeninhalten				
• Unterscheidung von Oberfläche und Volumen von Körpern				X

3.2.4 Größenbereich Gewichte

Die Größe „Gewicht“ ist jüngeren Kindern schwerer zugänglich als die zuvor dargestellten geometrischen Größen, da Gewichtsunterschiede über visuelle Eindrücke nicht zu erfassen sind und auch das Einschätzen des Gewichtes durch Anheben oft nicht ausreicht. Dennoch können experimentelle Erfahrungen zum direkten und indirekten Vergleichen von Gewichten im Elementarbereich angeregt werden.

Eine systematische Behandlung standardisierter Maßeinheiten und der Aufbau von Stützpunktvorstellungen sind dann Gegenstand des Mathematikunterrichts.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Gewicht als Eigenschaft eines Objekts				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden von beschreibenden Begriffen (z. B. <i>schwer</i> , <i>leicht</i>)	X	X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe (z. B. <i>leichter</i> – <i>schwerer</i> , (<i>ungefähr</i>) <i>gleichschwer</i>)	X	X	X	X
Direkter Vergleich				
• Vergleichen von Gewichten mit Hilfe der Hände (z. B. <i>etwas scheint schwerer/leichter als ein Federmäppchen</i>)	X	X	X	X
• Vergleichen von Gewichten mit Hilfe einer Balkenwaage		X	X	X
• Ordnen von Objekten nach Gewicht	X	X	X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Konstanz von Gewicht		X	X	X
Indirekter Vergleich				
• Vergleichen von Gewichten mithilfe eines dritten Objekts als Mittler		X	X	X
• Vergleichen von Gewichten mithilfe von mehreren Objekten gleichen Gewichts			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in das grundlegende Prinzip des Wiegens: Vergleich mit einer Einheit			X	X
• Aktivitäten zur Einsicht in die Transitivität von Gewichten			X	X

Messen von Objekten mit standardisierten Maßeinheiten				
- grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messskala - Verwenden von konventionellen Messinstrumenten (z. B. Küchenwaage, Personenwaage) - Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit - Aktivitäten zur Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit			X	X
			X	X
			X	X
			X	X
Gewichtsvorstellungen				
- Nutzen der Größeneinheiten Gramm, Kilogramm und Tonne - Nutzen der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. $1\text{ kg} = 1000\text{ g}$) - Aktivitäten zur Entwicklung von Stützpunktvorstellungen/Stützpunktwissen zu 1 g, 10 g, 100 g, 1 kg, 10 kg, 1 t, 5 t - Schätzen von Gewichten auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. Stützpunktwissen			X	X
			X	X
			X	X
			X	X
Rechnen mit Gewichten				
- Angeben/Umwandeln von Gewichten in unterschiedlichen Einheiten - Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Gewichten - Lösen von Kontextaufgaben mit Gewichten (im Elementarbereich ohne konkrete Nutzung der symbolischen Ebene)			X	X
			X	X
		X	X	X

3.2.5 Größenbereich Zeit(spannen)

Mit diesem Bereich kommen Kinder auch schon lange vor der Schule in Berührung. Anders als bei den bisher thematisierten Größenbereichen ist ein direkter Vergleich von Zeitspannen nicht möglich und die Vermittlung der standardisierten Messung mittels Uhren wird auch erst in der Grundschule angesprochen.

Im Elementarbereich liegt der Schwerpunkt auf dem bewussten Erleben von Zeitspannen (z. B. Tage, Wochen, Monate, Jahreszeiten, ...). Bei Zeitangaben sind Zeitpunkt und Zeitspanne zu unterscheiden.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Zeitspannen bewusst erleben				
Aktivitäten zum bewussten Erleben einer Zeitspanne (z. B. <i>Zähneputzen geht schneller als Frühstück</i>)	X	X	X	X
Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe (z. B. <i>lange, kurz</i>)	X	X	X	X
Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe (z. B. <i>länger – kürzer, (ungefähr) gleichlang</i>)	X	X	X	X
Messen von Zeitpunkten und Zeitspannen mit standardisierten Maßeinheiten				
Ablesen von Uhrzeiten auf analogen und digitalen Uhren			X	X
grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messskala			X	X
Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten			X	X
Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit			X	X

• Aktivitäten zur Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit, hier insbesondere nicht-dekadische Bündelungssysteme • Aktivitäten zur Einsicht in die Transitivität von Zeitspannen			X	X
Zeitvorstellungen				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe (z. B. <i>heute, morgen, vorher, zum Schluss, morgens, abends</i>)		X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden der Größeneinheiten Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat und Jahr		X	X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Nutzen der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. <i>1 min = 60 s (Sekunden)</i>)			X	X
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Umwandeln einfacher Brüche im Größenbereich Zeitspannen (z. B. <i>Viertelstunde, halbe Stunde</i>)			X	X
• Aktivitäten zur Entwicklung von Stützpunktvorstellungen/Stützpunktwissen zu 1 sec, 1 min und zu weiteren Repräsentanten aus der eigenen Erfahrungswelt (z. B. <i>Pausenlänge</i>)			X	X
• Schätzen von Zeitspannen auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. Stützpunktwissen			X	X
Mit Zeitspannen rechnen				
• Angeben/Umwandeln von Zeitspannen in unterschiedlichen Einheiten			X	X
• Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Zeitspannen			X	X
• Lösen von Kontextaufgaben mit Zeitspannen (z. B. <i>Verknüpfung von Anfangszeitpunkt, Zeitspanne, Endzeitpunkt; im Elementarbereich ohne konkrete Nutzung der symbolischen Ebene</i>)		X	X	X

3.2.6 Größenbereich Geld(werte)

Geld wird im Kontext von Einkaufssituationen bereits frühzeitig genutzt.

Im Vergleich zu den anderen Größen ist Geld allerdings keine physikalische Messgröße, sondern eine Zählgröße mit folgenden Besonderheiten:

- Geldeinheiten können nicht beliebig klein gewählt werden.
- Geld hat keine standardisierten Einheiten.
- Preise von Waren sind nicht stabil, sie unterliegen Schwankungen.
- der Preis einer Ware wird subjektiv unterschiedlich erlebt, der Preis lässt sich nicht objektiv messen.

Die Kompetenzentwicklung in diesem Bereich erfolgt daher auch in etwas anderen Schritten als bei den physikalischen Größen. Es ist sinnvoll, dass Kinder das Einkaufen mit Geld als Tauschhandel verstehen lernen, was mit Simulationen, wie z. B. dem Einkaufen im Kaufmannsladen, beginnt. Dazu ist letztlich auch ein sachgerechter Umgang mit Münzen und Geldscheinen notwendig.

Im Vergleich zu anderen Größen entfällt der klassische Aufbau von Stützpunktvorstellungen, wenngleich ungefähre Preisvorstellungen dennoch angebahnt werden sollen.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Geldwerte und -einheiten kennen und nutzen				
• Aktivitäten zum Kennenlernen und Verwenden von Münzen und Geldscheinen • Legen eines Geldbetrages auf unterschiedliche Weise • Angeben/Umwandeln von Geldwerten in unterschiedliche Einheiten • Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten (z. B. 1 € = 100 ct) • Kenntnis und Anwenden der Kommaschreibweise	X	X	X	X
Geldbeträge als Preise von Waren				
• Einkaufen als Beispiel des Tauschhandels • Kenntnis von Gegenständen, die ca. 1 €, 10 €, 100 € kosten	X	X	X	X
Mit Geldwerten rechnen				
• Geldwerte in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln • Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Geldwerten • Lösen von Kontextaufgaben mit Geldwerten – im Elementarbereich ohne konkrete Nutzung der symbolischen Ebene in Form von Zahlensätzen (in der Schule z. B. Berechnung von Gesamtpreis, Rückgeld, Einzelpreisen)			X	X
			X	X
		X	X	X

3.3 Raum und Form

3.3.1 Räumliche Orientierung und räumliches Vorstellungsvermögen

Da der räumlichen Vorstellung für das mathematische Lernen eine entscheidende Rolle zukommt, sind geometrische Aktivitäten schon im Alter von 0 bis 6 Jahren wichtig. Die Entwicklung der Raumorientierung erfolgt über die Ausbildung motorischer Fähigkeiten und ihrer Integration mit den verschiedenen Facetten der Wahrnehmung. Kinder erwerben räumliche Bezeichnungen zur Beschreibung der Lage von Objekten erst nach und nach. Die Verwendung von Präpositionen ist dabei gerade für Kinder, die Deutsch als Zweitsprache erwerben, anspruchsvoll. Es ist daher sinnvoll, wenn Kinder ihre Beschreibungen bspw. durch Gesten oder Skizzen unterstützen.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Räumliche Wahrnehmung und Raumorientierung				
• Bewegungen des Körpers oder Teilen des Körpers mit dem Sehen koordinieren (visuomotorische Koordination)	X	X	X	X
• Nachfahren von Linien mit dem Finger oder einem Stift (Auge-Hand-Koordination)	X	X	X	X
• Identifizieren von Formen in unterschiedlichen Kontexten (Wahrnehmungskonstanz)	X	X	X	X
• Erkennen und Benennen von sich überschneidenden Figuren (Figur-Grund-Diskriminierung)		X	X	X
• Erfassen und Benennen räumlicher Positionen von Körpern und ebenen Figuren (auch von konkreten Gegenständen im Raum)	X	X	X	X
• Beschreiben räumlicher Positionen und Lagebeziehungen von Körpern und ebenen Figuren; auch von konkreten Gegenständen im Raum (z. B. <i>vor/hinter, unter/über, rechts/links von, ...</i>)		X	X	X
• sich nach mündlicher Anweisung oder einem Wegeplan im Raum orientieren und bewegen (z. B. <i>vor/zurück, zur Seite, nach oben/unten</i>)	X	X	X	X
• Informationen aus dem Wegeplan einer bekannten Umgebung (z. B. <i>Gruppenraum, Schulhof</i>) entnehmen		X	X	X
• Erstellen eigener Wegepläne		X	X	X
• Falten von Papierfiguren (z. B. <i>Boote, Würfel nach Anleitung</i>)		X	X	X
• Kippen von Körpern (z. B. <i>Würfel nach Anleitung</i>)			X	X
• Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern (z. B. <i>Würfelgebäude nach Vorlage erstellen, Vorlagen zum Nachbau von Würfelgebäuden entwickeln</i>)	X	X	X	X
• Zuordnen von Bauwerken zu ihren zwei- oder dreidimensionalen Darstellungen (z. B. <i>Bauplan, Zeichnung, verbale Bauanleitungen</i>)			X	X
Raumvorstellung				
• Bewegen ebener Figuren und Körper in der Vorstellung (z. B. <i>Drehen und Verschieben</i>) und Vorhersage des Ergebnisses der Bewegung			X	X
• Falten oder Zerschneiden von Figuren in der Vorstellung (z. B. <i>Würfelnetze</i>) und Vorhersage des Ergebnisses der vorgestellten Handlung			X	X
• Gedankliches Betrachten realer oder bildlich dargestellter Situationen aus einem anderen Blickwinkel (z. B.: <i>Wie sieht Lara das gebaute Schloss?</i>)			X	X
• Anfertigen von Wegbeschreibungen anhand von Plänen oder aus der Vorstellung			X	X

3.3.2 Geometrische Figuren

Im vorschulischen Bereich werden geometrische Erfahrungen mit ebenen Figuren und Körpern durch konkretes Handeln ermöglicht. So können Kinder deren Eigenschaften entdecken, gezielt untersuchen, beschreiben und vergleichen. Die fachlichen Bezeichnungen, wie z. B. „Dreieck“ oder „Quader“, müssen dabei von den Kindern noch nicht verwendet werden; für die Verständigung ist eine umgangssprachliche Beschreibung ggf. mit gestischer Unterstützung, wie z. B. „Tür“ als Bezeichnung für ein Rechteck, zunächst ausreichend. Wenn fachliche Bezeichnungen verwendet werden, ist jedoch auf die fachliche Anschlussfähigkeit zu achten. In der Schule werden diese Erfahrungen dann spiralförmig vertieft, die sukzessive Verwendung der mathematischen Fachbegriffe ist anzustreben.

Geometrische Muster, wie z. B. Bandornamente und Parkette, werden in einfachen Varianten bereits von jungen Kindern gelegt, eine systematische Vertiefung sollte in der Schule stattfinden.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Ebene geometrische Figuren				
• Unterscheiden und Sortieren ebener Figuren	X	X	X	X
• Benennen und Beschreiben ebener Figuren		X	X	X
• Erkennen ebener Figuren in der Umwelt		X	X	X
• Beschreiben von Eigenschaften ebener Figuren unter zunehmender Nutzung von Fachbegriffen (z. B. <i>Ecke, Seite, senkrecht, waagrecht, parallel, rechter Winkel</i>)			X	X
• Herstellen ebener Figuren (z. B. <i>durch Legen, Auslegen, Färben, Falten, Schneiden, Spannen auf dem Geobrett</i>)		X	X	X
• Zeichnen ebener Figuren frei Hand oder unter Einsatz von (analogen und digitalen) Instrumenten (z. B. <i>Lineal, Schablone, Zirkel, Geodreieck, Zeichenuhr</i>)			X	X
• Zerlegen und Zusammensetzen ebener Figuren, z. B. <i>Tangram</i>	X	X	X	X
• Erfinden, Legen, Zeichnen, Beschreiben und Fortsetzen geometrischer Muster aus ebenen Figuren (z. B. <i>Bausteine, Perlenketten, Bandornamente, Parkette</i>)	X	X	X	X
Geometrische Körper				
• Unterscheiden und Sortieren von Körpern	X	X	X	X
• Benennen und Beschreiben von Körpern		X	X	X
• Erkennen von Körpern in der Umwelt		X	X	X
• Beschreiben von Eigenschaften von Körpern unter zunehmender Nutzung von Fachbegriffen (z. B. <i>Ecke, Kante, Fläche</i>)			X	X
• Herstellen unterschiedlicher Modelle von Körpern: Vollmodelle, Kantenmodelle, Flächenmodelle			X	X
• Zeichnen von Körpern frei Hand oder unter Einsatz von (analogen und digitalen) Instrumenten (z. B. <i>Lineal, Schablone, Zirkel, Geodreieck, Zeichenuhr</i>)			X	X
• Finden und Vergleichen verschiedener Körpernetze, insbesondere Würfelnetze			X	X
• Zeichnen von Würfeln (z. B. <i>in Kavalierprojektion oder als Schrägbild</i>)			X	X

3.3.3 Geometrische Abbildungen

Beim Legen und Falten von Figuren kommen Kinder fast automatisch mit den sogenannten geometrischen Abbildungen in Berührung.

Schon im Vorschulalter legen Kinder achsensymmetrische, manchmal auch drehsymmetrische, Figuren oder nutzen Verschiebungen beim Legen von Mustern, da diese unser ästhetisches Empfinden besonders ansprechen.

In Elementarbereich werden so grundlegende Erfahrungen auf der Handlungsebene eröffnet, die dann in der Schule sukzessive angereichert und systematisch vertieft werden.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Achsensymmetrie				
Herstellen achsensymmetrischer Figuren (z. B. Legen, Falten, Spiegeln, als Klecksbilder, Zeichnen, Erzeugen mit digitalen Werkzeugen)	X	X	X	X
Aktivitäten zum Erkennen von Achsensymmetrien in der Umwelt (z. B. am eigenen Körper, im Gruppen-/Klassenraum)		X	X	X
Identifizieren und Beschreiben achsensymmetrischer Abbildungen („Spiegelungen“)			X	X
Untersuchen geometrischer Muster (z. B. Bandornamente und Parkette) auf Achsensymmetrie			X	X
Drehsymmetrie				
Herstellen drehsymmetrischer Figuren (z. B. Legen, Falten, Spannen, Zeichnen, Erzeugen mit digitalen Werkzeugen)	X	X	X	X
Aktivitäten zum Erkennen von Drehsymmetrien in der Umwelt (z. B. am eigenen Körper, im Gruppen-/Klassenraum)		X	X	X
Identifizieren und Beschreiben drehsymmetrischer Abbildungen („Drehungen“)			X	X
Untersuchen geometrischer Muster (z. B. Bandornamente und Parkette) auf Drehsymmetrie			X	X
Verschiebungen				
Identifizieren, Beschreiben und Herstellen deckungsgleicher ebener Figuren		X	X	X
Untersuchen geometrischer Muster (z. B. Bandornamente und Parkette) hinsichtlich vorhandener Symmetrien (entstanden durch Spiegelung, Drehung, Verschiebung)			X	X
Vergrößerte/verkleinerte Figuren				
Aktivitäten zum Erkennen und Benennen zueinander ähnlicher (maßstäblich vergrößerter bzw. verkleinerter) ebener Figuren	X	X	X	X
Beschreiben und Herstellen zueinander ähnlicher (maßstäblich vergrößerter bzw. verkleinerter) ebener Figuren (z. B. Zeichnen auf Karopapier)			X	X

3.4 Daten und Zufall

3.4.1 Daten

Zum Bereich „Daten“ sammeln Kinder bereits im Alltag der Kindertageseinrichtung erste Erfahrungen, wie z. B.:

- Wie viele Kinder sind heute mit dem Fahrrad, dem Roller, zu Fuß etc. in die Kita gekommen?
- Wofür haben sich viele/wenige Kinder in der Angebotszeit entschieden?
- Wie viele verschiedene Türme kann ich aus drei farbigen Bausteinen bauen?

In der Grundschule erheben Kinder selbstständig Daten, stellen sie unterschiedlich dar und bewerten sie in Bezug auf konkrete Fragestellungen.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Daten erfassen				
• Finden von Objekten mit vorgegebenen Eigenschaften	X	X	X	X
• Sammeln und Strukturieren von Daten aus der Lebenswirklichkeit		X	X	X
Daten darstellen				
• Sortieren von Objekten nach bestimmten Merkmalen	X	X	X	X
• Darstellen von Daten in Urlisten, Strichlisten, Tabellen und Diagrammen (z. B. Säulen- oder Balkendiagramme)		X	X	X
• Verwenden verschiedener (analoger und digitaler) Darstellungsformen			X	X
• Wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen			X	X
Statistische Erhebungen auswerten				
• Vergleichen von Mengen sortierter Objekte	X	X	X	X
• Ablesen von Informationen aus Datendarstellungen (z. B. <i>Minima</i> , <i>Maxima</i>)		X	X	X
• Ermitteln und Verwenden von Kennwerten aus Datendarstellungen (z. B. <i>arithmetisches Mittel</i>)			X	X
• Vergleichen von Informationen/Kennwerten aus verschiedenen Darstellungsformen			X	X
Kombinatorische Aufgaben				
• Erstellen verschiedener Möglichkeiten mit Material (z. B. <i>alle möglichen Türme aus drei farbigen Bausteinen bauen</i>)		X	X	X
• Finden verschiedener Möglichkeiten z. B. durch systematisches Probieren		X	X	X
• Dokumentieren von Lösungen (z. B. <i>Zeichnung, Aufzählung, Tabelle, Baumdiagramm, rechnerisch</i>)		X	X	X
• Begründen der Vollständigkeit der Lösungen			X	X
• Erfinden kombinatorischer Aufgaben			X	X

3.4.2 Zufall

Die Entwicklung stochastischen Denkens benötigt Zeit und wird durch frühzeitige Thematisierung von Erfahrungen mit Zufallsexperimenten aufgegriffen und behutsam systematisiert.

Das Denken im Vor- und Grundschulalter ist vielfach von subjektiven Auffassungen geprägt, z. B. eine Sechs zu würfeln sei schwerer als eine andere Zahl zu würfeln. Kinder unterstellen oftmals auch die Existenz eines anderen Wesens, welches in der Lage ist, Ergebnisse von Zufallsexperimenten gezielt zu beeinflussen.

Das selbstständige Durchführen und anschließende Reflektieren von Zufallsexperimenten kann solchen Fehlvorstellungen auf lange Sicht entgegenwirken.

Aktivitäten/Lerngelegenheiten und Inhalte	Kr	Ki	1/2	3/4
Wahrscheinlichkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten				
• Aktivitäten zum Kennenlernen von Zufallsgeräten im Spiel (z. B. Würfel)	X	X	X	X
• Verwenden verschiedener Zufallsgeräte		X	X	X
• Durchführen einfacher Zufallsexperimente und Protokollieren der Ergebnisse			X	X
• Beschreiben der Ergebnisse bei einstufigen Zufallsexperimenten			X	X
• Beschreiben der Wahrscheinlichkeit in Zufallssituationen ohne Einbeziehung von Versuchsergebnissen: sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlicher als, immer, häufig, selten, nie			X	X
• Reflexion von Versuchsergebnissen			X	X
• Inhaltliches Einschätzen der relativen Häufigkeit von Ergebnissen bei einstufigen Zufallsexperimenten und Spielen			X	X

4 Standards

Im Folgenden werden die erwarteten Kompetenzen (Standards) von Schüler:innen am Ende der Jahrgangsstufen 2 und 4 formuliert. Diese verstehen sich als Ergebnis von Lernprozessen, die schon vor der Schulzeit beginnen (vgl. Kapitel 3). Sie stellen damit eine Orientierung für die langfristige Planung des Unterrichts dar und bilden die Grundlage der Leistungsbewertung. In der folgenden Darstellung wird die Struktur des vorherigen Kapitels wieder aufgegriffen.

In den Zeilen der Tabellen finden sich jeweils die erwarteten Kompetenzen, unterschiedliche Einträge in den beiden Spalten verdeutlichen den Fortschritt. Erstreckt sich eine Formulierung über beide Spalten zeigt dies an, dass eine Kompetenz durchgehend aufgebaut wird und die Unterschiede in den verschiedenen Jahrgängen vor allem in der Komplexität der Aufgaben liegen. Dies ist beispielsweise bei allen Formulierungen der prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen der Fall.

4.1 Prozessbezogene mathematische Kompetenzen

Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 2 und 4
Mathematisch argumentieren Die Schüler:innen... • hinterfragen mathematische Aussagen und prüfen sie auf Korrektheit. • stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf. • erklären mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen. • erklären mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten allgemein bzw. vollziehen allgemeine Erklärungen nach. • formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach. • erkennen, beschreiben und korrigieren (begründet) Fehler.
Mathematisch kommunizieren Die Schüler:innen... • beschreiben und erklären Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswegen und Ergebnissen (auch unter Nutzung geeigneter Medien). • beschreiben mathematische Zusammenhänge adressat:innengerecht. • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach und diskutieren darüber.
Probleme mathematisch lösen Die Schüler:innen... • entwickeln Lösungsideen zu Aufgaben, zu denen bislang keine Lösungs routinen bekannt sind. • wählen für die Bearbeitung von Aufgaben geeignete Werkzeuge und (digitale) Hilfsmittel aus. • lösen problemhaltige Aufgaben durch zunehmend systematisches Probieren. • erkennen Zusammenhänge und übertragen Lösungsstrategien auf andere Sachverhalte. • wenden weitere heuristische Strategien (z. B. Zerlegen in Teilprobleme) an. • überdenken Vorgehensweisen und passen sie ggf. an.

Mathematisch modellieren Die Schüler:innen... • entnehmen für die mathematische Lösung einer Fragestellung die Informationen u. a. aus Texten, Darstellungen und der Lebenswirklichkeit. • übersetzen Sachprobleme, wie z. B. Fermi-Aufgaben, in die Sprache der Mathematik, lösen innermathematisch und prüfen und interpretieren die Lösung in Bezug auf die Ausgangssituation. • formulieren Sachaufgaben zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen.
Mathematisch darstellen Die Schüler:innen... • entwickeln, wählen aus und nutzen geeignete (analoge und digitale) Darstellungsformen für das Bearbeiten von Fragestellungen. • erkennen und nutzen Strukturen von Darstellungen und Arbeitsmitteln (insbesondere 5er- und 10er-Gliederung). • übertragen eine Darstellungsform in eine andere. • vergleichen und interpretieren Darstellungen miteinander.
Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten Die Schüler:innen... • übersetzen symbolische und formale Sprache in Alltagssprache und umgekehrt. • verwenden mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht. • wenden Zahldarstellungen, Terme, Tabellen und Diagramme bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen an und arbeiten mit geometrischen Objekten. • setzen mathematische Werkzeuge (z. B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht ein.

4.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

4.2.1 Menge, Zahl und Operation

Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 2	Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 4
Mengen- und Zahlvorstellungen Die Schüler:innen...	
erfassen, lesen und stellen Zahlen im Zahlenraum bis 100 dar.	erfassen, lesen und stellen Zahlen im Zahlenraum bis 1 000 000 dar.
wechseln zwischen verschiedenen Zahldarstellungen.	
nutzen Strukturen in Zahldarstellungen zur Anzahlerfassung bis 100.	nutzen Strukturen in Zahldarstellungen zur Anzahlerfassung im erweiterten Zahlenraum.
orientieren sich im Zahlenraum bis 100.	orientieren sich im Zahlenraum bis 1 000 000.
erkennen, erklären und nutzen den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems.	
entdecken und beschreiben Eigenschaften und Beziehungen von Zahlen: Halbierungen – Verdopplungen, gerade – ungerade Zahlen, Vorgänger – Nachfolger, Nachbarzehner – Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander.	
erkennen, beschreiben und setzen Gesetzmäßigkeiten (Strukturen) in einfachen arithmetischen Mustern (z. B. Zahlenfolgen oder Aufgabenfolgen) fort.	erkennen, beschreiben und setzen Gesetzmäßigkeiten (Strukturen) in komplexeren arithmetischen und geometrischen Mustern (wie z. B. arithmetischen Zahlenfolgen / figurierten Zahlen) fort.
entwickeln eigenständig arithmetische Muster.	entwickeln komplexere arithmetische Muster.
Operationsverständnis Die Schüler:innen...	
verfügen über Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion.	
verfügen über Grundvorstellungen zur Multiplikation und Division.	
erkennen und nutzen Zusammenhänge zwischen den vier Rechenoperationen.	
wechseln zwischen verschiedenen Darstellungen der Rechenoperationen.	
entdecken, beschreiben und nutzen Operationseigenschaften und Rechengesetze.	
verwenden Fachbegriffe plus, minus, mal und geteilt korrekt.	verwenden Fachbegriffe Summe, Differenz, Produkt, Quotient, addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren korrekt.

Flexibles Rechnen Die Schüler:innen...	
beherrschen Verdopplungen und Zehnerzerlegungen sowie Addition von 0 und 1 als Kernaufgaben des kleinen Einspluseins gedächtnismäßig.	
nutzen das Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen, Tausch-, Nachbar- und Umkehraufgaben und/oder gegen-/gleichsinniges Verändern beim Addieren und Subtrahieren.	
leiten alle Aufgaben des kleinen Einspluseins und deren Umkehrungen (Einsminus-eins) sicher von Kernaufgaben ab.	beherrschen die Zahlzerlegungen und alle Aufgaben des Einspluseins gedächtnismäßig und leiten deren Umkehrungen sicher ab.
beherrschen die Multiplikation mit 0, 1, 2, 5 und 10 und die Quadratzahlen als Kernaufgaben des kleinen Einmaleins gedächtnismäßig.	beherrschen alle Aufgaben des kleinen Einmaleins gedächtnismäßig und leiten deren Umkehrungen (Einsdurcheins) sicher ab.
nutzen das Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen, Tausch-, Nachbar- und Umkehraufgaben und/oder gegen-/gleichsinniges Verändern beim Multiplizieren und Dividieren.	
lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 unter Nutzung von Rechengesetzen (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz, Gesetze der Konstanz).	lösen Aufgaben aller Grundrechenarten unter Nutzung von Rechengesetzen (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz, Gesetze der Konstanz) und Konventionen (Punkt-vor-Strich, Klammerregel).
	verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenverfahren zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein.
	führen schriftliche Addition, Subtraktion, Multiplikation sicher aus.
	erläutern schriftliche Verfahren, indem Rechenschritte an konkreten Aufgabenbeispielen nachvollziehbar beschrieben werden.
beschreiben mündlich oder schriftlich eigene Rechenwege für andere nachvollziehbar.	
beschreiben, vergleichen und bewerten unterschiedliche Rechenwege.	
finden, erklären und korrigieren Rechenfehler.	
erkennen, erklären und benutzen Rechengesetze.	
rechnen überschlagend mit aufgabenangemessener Genauigkeit.	
kontrollieren Lösungen durch geeignete Vorgehensweisen (z. B. Überschlagsrechnung, Umkehroperation).	
nutzen Zahlbeziehungen und Rechengesetze für vorteilhaftes Rechnen.	
nutzen eine Strategie des Zahlenrechnens für vorteilhaftes Rechnen.	nutzen eine Strategie des Zahlenrechnens oder ein schriftliches Normalverfahren für vorteilhaftes Rechnen.

In Kontexten rechnen Die Schüler:innen...	
formulieren mathematische Aufgabenstellungen zu einfachen Sachaufgaben, wie z. B. Rechengeschichten oder Bildsachaufgaben, und wenden dabei Rechenoperationen an.	formulieren mathematische Aufgabenstellungen zu Sachproblemen und wenden dabei Rechenoperationen an.
lösen mathematische Aufgabenstellungen zu einfachen Sachaufgaben, wie z. B. Rechengeschichten oder Bildsachaufgaben, und wenden dabei Rechenoperationen an.	lösen mathematische Aufgabenstellungen zu Sachproblemen und wenden dabei Rechenoperationen an.
ermitteln ungefähre Ergebnisse von Sachaufgaben und runden dabei problemangemessen.	
kennen und nutzen Bearbeitungshilfen zur Lösung von Sachaufgaben.	
erkennen funktionale Beziehungen in Sachsituationen.	erkennen, stellen dar und beschreiben funktionale Beziehungen in Tabellen.
	lösen einfache Aufgaben zu funktionalen Zusammenhängen (z. B. Proportionalität).

4.2.2 Größen und Messen

Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 2	Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 4
Umgang mit Größen und Größenvorstellungen Die Schüler:innen...	
verstehen und nutzen das Grundprinzip des Messens (nicht-standardisierte und standardisierte Einheitsmaße auswählen, wiederholt nutzen und ggf. in Beziehung zu Untereinheiten setzen).	
vergleichen und ordnen Längen, Geldbeträge und Zeitspannen.	vergleichen und ordnen zusätzlich Flächeninhalte, Volumina und Gewichte.
messen Längen und Zeitspannen mit geeigneten Messgeräten.	messen Längen, Zeitspannen, Flächeninhalte, Volumina und Gewichte mit geeigneten Messgeräten.
lesen Zeitpunkte ab und stellen analoge/digitale Uhren auf vorgegebene Uhrzeiten ein bzw. tragen die fehlenden Zeiger/Ziffern ein.	
verwenden die Einheiten für die Größen • Länge (cm, m), • Geldwert (ct und €) und • Zeitspanne (Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (umwandeln).	verwenden zusätzlich die Einheiten für die Größen • Länge (mm, km), • Flächeninhalt (cm², m²), • Volumen (ml, l), • Gewicht (g, kg, t) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (umwandeln).
	nutzen im Alltag gebräuchliche Brüche bei Größenangaben und wandeln in kleinere Einheiten um, z. B. $\frac{1}{4}$ l = 250 ml, $\frac{1}{2}$ kg = 500 g.

kennen Längen, Preise und Zeitspannen von alltäglichen Objekten und Situationen als Bezugsgröße.	kennen zusätzlich Flächeninhalte, Volumina und Gewichte von alltäglichen Objekten und Situationen als Bezugsgröße.
schätzen Größen mit Bezug zu geeigneten Repräsentanten.	
Größen in Kontexten Die Schüler:innen...	
formulieren und lösen mathematische Aufgabenstellungen zu einfachen Sachsituationen (z. B. Rechengeschichten, Bildsaufgaben) und umgekehrt.	formulieren und lösen mathematische Aufgabenstellungen zu Sachproblemen mit Größen und umgekehrt.
lösen Sachaufgaben mit Größen (ganzzahlige Maßzahlen), auch zu funktionalen Zusammenhängen (z. B. Proportionalität).	lösen Sachaufgaben mit Größen (auch Dezimalzahlen), auch zu funktionalen Zusammenhängen (z. B. Proportionalität).
rechnen in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten und prüfen Ergebnisse über Stützpunktvorstellungen auf Plausibilität.	

4.2.3 Raum und Form³

Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 2	Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 4
räumliche Orientierung und räumliches Vorstellungsvermögen Die Schüler:innen...	
orientieren sich nach mündlicher Anweisung im Raum.	orientieren sich real und in der Vorstellung im Raum (z. B. Wege, Pläne, Ansichten).
beschreiben Wege- und Lagebeziehungen zwischen konkreten oder bildlich dargestellten Gegenständen.	beschreiben räumliche Beziehungen anhand von bildhaften Darstellungen, Anordnungen, Plänen, etc. und aus der Vorstellung.
	erkennen, beschreiben und nutzen räumliche Beziehungen (z. B. zwei- und dreidimensionale Darstellung zueinander in Beziehung setzen).
bewegen konkrete oder bildlich dargestellte Gegenstände nach mündlicher Anweisung im Raum, falten und zerschneiden diese	bewegen ebene Figuren und Körper in der Vorstellung (z. B. falten, zerlegen, verschieben) und sagen das Ergebnis der Aktivität vorher.
erstellen einfache Würfelgebäude.	erstellen und untersuchen komplexere Würfelgebäude, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge.
	ordnen Bauwerken ihre zwei- oder dreidimensionalen Darstellungen zu und erstellen Bauwerke nach Plan.

³ Standards zu Längen, Flächeninhalten und Rauminhalten finden sich unter „Größen und Messen“

Geometrische Figuren Die Schüler:innen...	
identifizieren und benennen die geometrischen Grundformen Viereck (z. B. Rechteck, Quadrat), Dreieck und Kreis (auch in der Umwelt) und verwenden Fachbegriffe wie Seite und Ecke zu deren Beschreibung.	identifizieren und benennen weitere ebene Figuren (wie z. B. Sechseck, Achteck, Parallelogramm) und verwenden Fachbegriffe wie senkrecht, waagrecht, parallel, rechter Winkel zu deren Beschreibung.
	klassifizieren Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften und stellen Beziehungen zwischen geometrischen Figuren (z. B. Quadrat und Rechteck) her.
stellen ebene Figuren her durch Legen, Nach- und Auslegen, Zerlegen und Zusammensetzen, Vervollständigen, Umformen, Falten, Ausschneiden, Spannen auf dem Geobrett (auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge).	falten, zerschneiden, formen um, verschieben, vervollständigen ebene Figuren in der Vorstellung.
identifizieren und benennen die geometrischen Körper Würfel, Quader und Kugel (auch in der Umwelt) und verwenden Fachbegriffe zu deren Beschreibung.	identifizieren und benennen weitere geometrische Körper (auch in der Umwelt) und verwenden Fachbegriffe zu deren Beschreibung.
sortieren ebene Figuren und geometrische Körper nach ihren Eigenschaften.	
erstellen Vollmodelle von Körpern.	erstellen und untersuchen Kanten- und Flächenmodelle von Körpern (Modelle von ebenen Figuren und Körpern herstellen, z. B. bauen, zerlegen, zusammenfügen, ausschneiden, falten), auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge.
	finden verschiedene Würfelnetze.
	untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich Umfang und Flächeninhalt).
	fertigen Zeichnungen geometrischer Figuren mit und ohne Hilfsmittel an, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge.

Geometrische Abbildungen Die Schüler:innen...	
erkennen und benennen Beziehungen zwischen Original und Bild bei achsensymmetrischen Abbildungen.	identifizieren und beschreiben deckungsgleiche ebene Figuren.
beschreiben und erstellen symmetrische ebene Figuren.	
identifizieren und beschreiben achsensymmetrische ebene Figuren in der Umwelt.	identifizieren und beschreiben achsen- und drehsymmetrische ebene Figuren in der Umwelt.
	erkennen und beschreiben Eigenschaften der Achsensymmetrie und setzen sie mit der Achsenspiegelung in Beziehung.
identifizieren zueinander ähnliche „vergrößerte“ oder „verkleinerte“ einfache ebene Figuren, beschreiben diese mit eigenen Worten und stellen sie mit Lege-Material her.	erstellen und beschreiben durch maßstäbliches Verkleinern bzw. Vergrößern auf Gitterpapier zueinander ähnliche ebene Figuren.
stellen einfache geometrische Muster her, beschreiben diese und erfinden eigene Muster.	beschreiben Muster wie Bandornamente und Parkettierungen und erfinden eigene Muster (auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge).

4.2.4 Daten und Zufall

Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 2	Anforderungen am Ende von Jahrgangsstufe 4
Daten Die Schüler:innen...	
sammeln Daten in Sachsituationen, strukturieren Daten und stellen Daten in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen dar.	
entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen.	
interpretieren und reflektieren Darstellungen von Daten kritisch.	
lösen einfache kombinatorische Probleme (Permutations- und Variationsaufgaben) durch Probieren.	lösen komplexere kombinatorische Probleme mit Hilfe von Systematisierungen oder mit Hilfe von heuristischen Mitteln (z. B. Skizze, Baumdiagramm, Tabelle).
Zufall Die Schüler:innen...	
	schätzen die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen unter Verwendung der Begriffe sicher, möglich, unmöglich ein.
schätzen Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten ein und vergleichen Gewinnchancen (z. B. „ist wahrscheinlicher als“; „hat größere Chance als“).	
