Prof. Dr. Dagmar Bönig, Dr. Waltraud Manschke
Anne Goldmann, Sara Watzlawczyk

Heterogenität bei der Bearbeitung von problemhaltigen Textaufgaben

Tagung Nordverbund Schulbegleitforschung 17.09.09

Gliederung

- Projektüberblick
- Ziele des Sachrechnens
- Lernumgebung „Problemhaltige Textaufgaben“
- Vorgehensweisen der Kinder
- (vorläufiges) Fazit

Projektüberblick - Grundlegende Positionen

- Sozialkonstruktivistische Sicht auf Lernen
- Gleichgewicht von „Invention und Konvention“
- Anerkennungskultur

Maleki-Projekt (August 2008 – Juli 2010)

- Entwicklung, Erprobung und Evaluation von mathematischen Lernumgebungen
- Schwerpunkt: natürliche Differenzierung
- Beteiligte Schulen
  - Grundschule an der Andernacher Str. (Frau Tabat)
  - Grundschule an der Gete (Frau Timm)
  - St.-Marien-Schule (Frau Manschke)
- Beteiligte Studierende
  (Frau Braunert, Frau Goldmann, Frau Homann, Herr von Ostrowski, Frau Watzlawczyk)

Ziele des Sachrechnens

- Mathematik als Werkzeug zur Bewältigung von Sachproblemen (zentral: Modellbildung)
  → Echtsituationen (z.B. Klassenfest)
  → realitätsnahe Sachaufgaben

- Förderung der Problemlösefähigkeit (zentral: Problemlösen)
  → problemhaltige Textaufgaben

Ziele des Sachrechnens – Problemlösen

Auf dem Bauernhof sind Hühner und Kaninchen. Zusammen haben sie 20 Beine.
Wie viele Hühner und wie viele Kaninchen sind es?

- Keine anwendungs-orientierte Aufgabe; vermeintliche Wirklichkeitsbezüge nicht entscheidend
- Sinnstiftung liegt in der mathematischen Herausforderung („Knobelaufgaben“)

Problemhaltige Sachaufgaben - Kennzeichen

Auf dem Bauernhof sind Hühner und Kaninchen. Zusammen haben sie 20 Beine.
Wie viele Hühner und wie viele Kaninchen sind es?

Murks und Quicki sammeln Pokémon-Karten. Zusammen haben sie 21 Karten, Quicki hat drei Karten mehr.
Wie viele Karten hat Murks, wie viele hat Quicki?

- Anspruchsvolle mathematische Struktur
- Ungewohnte Aufgabe; Nicht-Routine-Aufgaben
- Teilweise anspruchsvolle sprachliche Formulierung
- Einordnung abhängig von individuellen Kompetenzen

Problemhaltige Textaufgaben – empirische Befunde

- Übersetzung in die mathematische Sprache langfristiger Prozess

- Frühzeitiger Beginn problemhaltiger Textaufgaben positiv
  → eigenständige Bearbeitung
  → freie Wahl der Ausdrucksmittel
  → fester organisatorischer Rahmen
  → Haltung gegenüber TA

Lernumgebung „Problemhaltige Textaufgaben“ – Ziele

- Förderung allgemeiner mathematischer Kompetenzen (Bildungsstandards 2004)
  → Problemlösen
  → Modellbilden
  → Argumentieren
  → Darstellen

- Positive Haltung zu Problemaufgaben auf- bzw. ausbauen

Lernumgebung „Problemhaltige Textaufgaben“ – Kl. 2/3

- Problemaufgaben mit kombinatorischem Hintergrund
  Zusatz: Problemaufgabe mit zwei Bedingungen
- Vergleichsaufgaben
- Ausgleichsaufgaben

(Typisierung nach Rasch 2001)

Problemhaltige Textaufgaben mit kombinatorischem Hintergrund

- Auf dem Bauernhof sind Hühner und Kaninchen. Zusammen haben sie 20 Beine.
  Wie viele Hühner und wie viele Kaninchen sind es?
  (Zusatz mit zwei Bedingungen: Wie viele Hühner und Kaninchen sind es bei 22 Beinen und 7 Tieren?)

- Vor dem Kindergarten parken Dreiräder und Roller. Zusammen sind es 18 Fahrzeuge.
  Wie viele Dreiräder und wie viele Roller sind es?

- Streblinde wohnt in einem großen Haus. Dort wohnen nur Ehepaare und Familien mit zwei Kindern. Zusammen wohnen 22 Personen im Haus.
  Wie viele Ehepaare und wie viele Familien sind es?

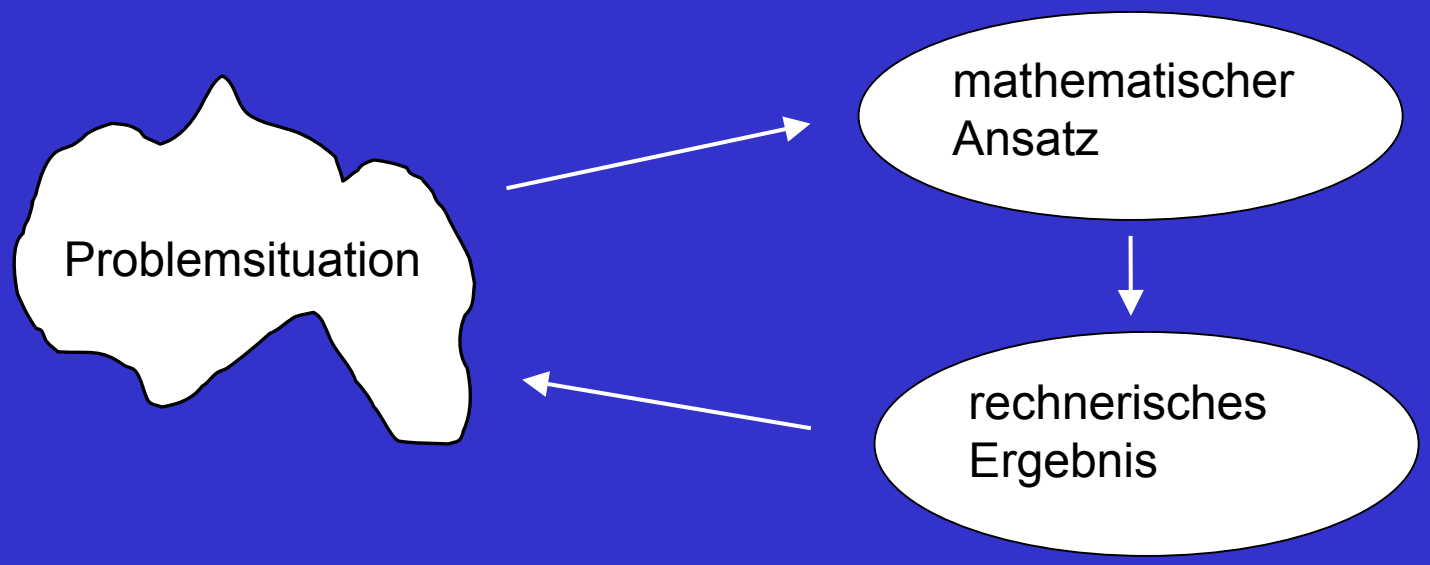
- Hühner-Kaninchen-Aufgabe mit 24 Beinen

Lernumgebung „Problemhaltige TA“ - Unterrichtsgestaltung

- Eine Aufgabe für eine Unterrichtsstunde
  - → mündliche Vorstellung der Aufgabe
  - → Lösungsversuche
    (zunächst allein, dann freie Wahl der Sozialform; freie Materialwahl)
  - → schriftliche Dokumentation der Lösung
    (freie Wahl der Notation)
  - → Vorstellen und Reflektieren der Ergebnisse
    (Mathekonferenz)

- Wöchentlich eine Stunde
  (insgesamt 8 Stunden)

Lösen problemhaltiger TA – Perspektive Problemlösen



- Zentral: heuristische Strategien
  → (systematisches) Probieren
  → Einsatz von Hilfsmitteln
  → Zerlegen in Teilprobleme
  → Analogiebildung

Vorgehensweisen der Kinder

- Problem mehrerer Lösungen
- Extremlösungen
- Hilfsmittel:
  → überwiegend Materialeinsatz
  → ikonische Ebene nur zu Beginn
  → rein symbolisch (5-7 Kinder)
- Unterschiedliche Funktion der Hilfsmittel

Vorgehensweisen der Kinder

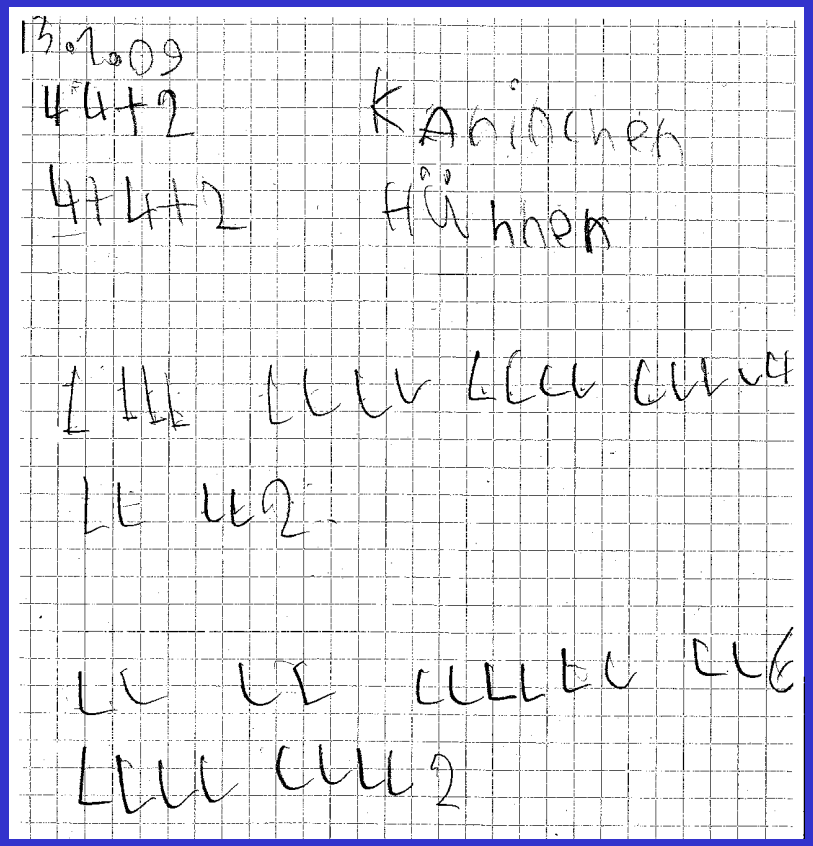
- 1. Schritt
  Suchen/Finden einer Lösung

- 2. Schritt
  Suchen/Finden weiterer Lösungen

Vorgehensweisen der Kinder – Schritt 1

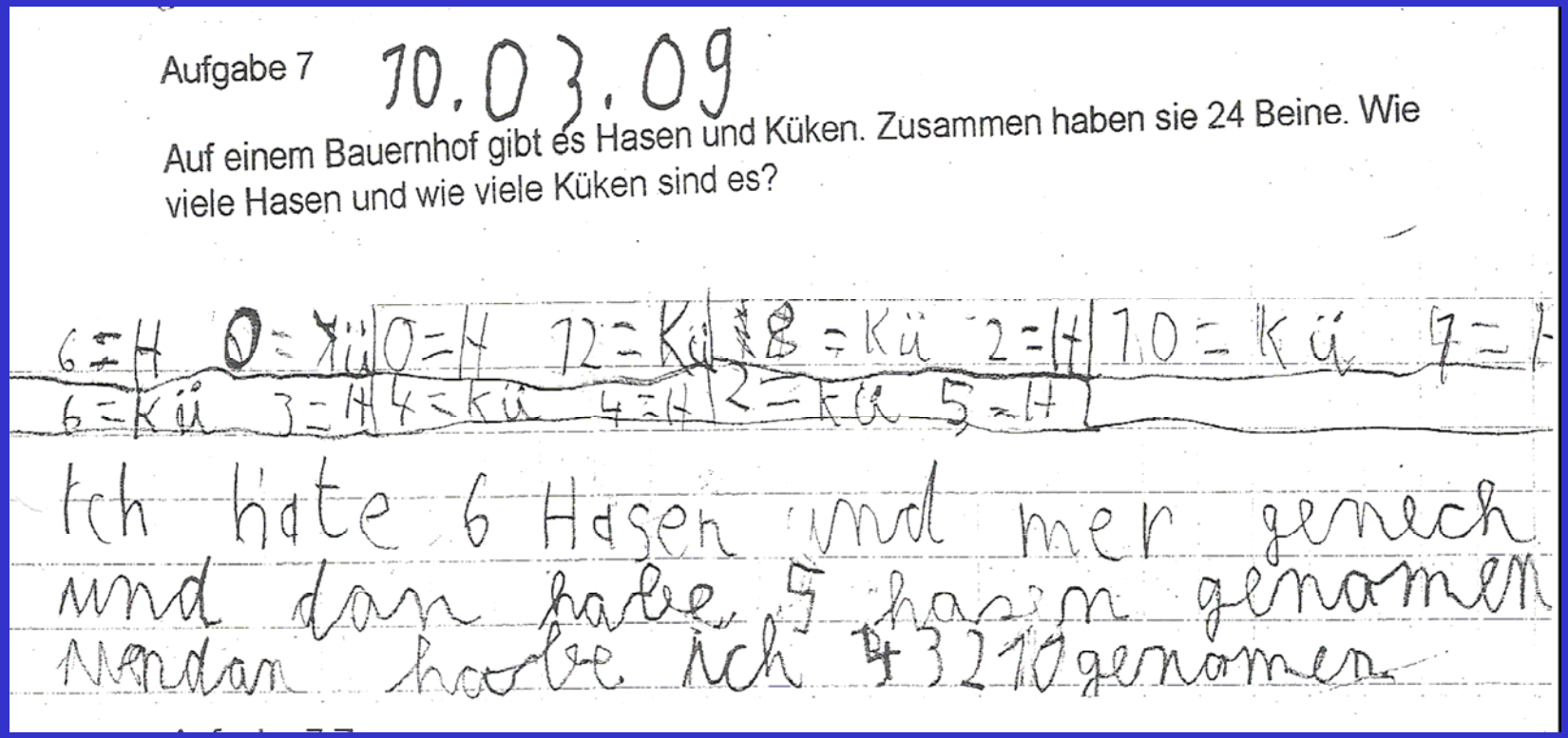
- Probieren
- Ermitteln einer Extremlösung (z.B. nur Kaninchen oder nur Hühner)
- Nutzen arithmetischer Beziehungen

Vorgehensweisen – Schritt 1: Nutzen arithmetischer Beziehungen



„Zwei Kaninchen und ein Huhn haben 10, also noch mal alles!“

Vorgehensweisen – Schritt 1: Extremlösung
Schritt 2: Umwandlungsstrategie math. symbol.



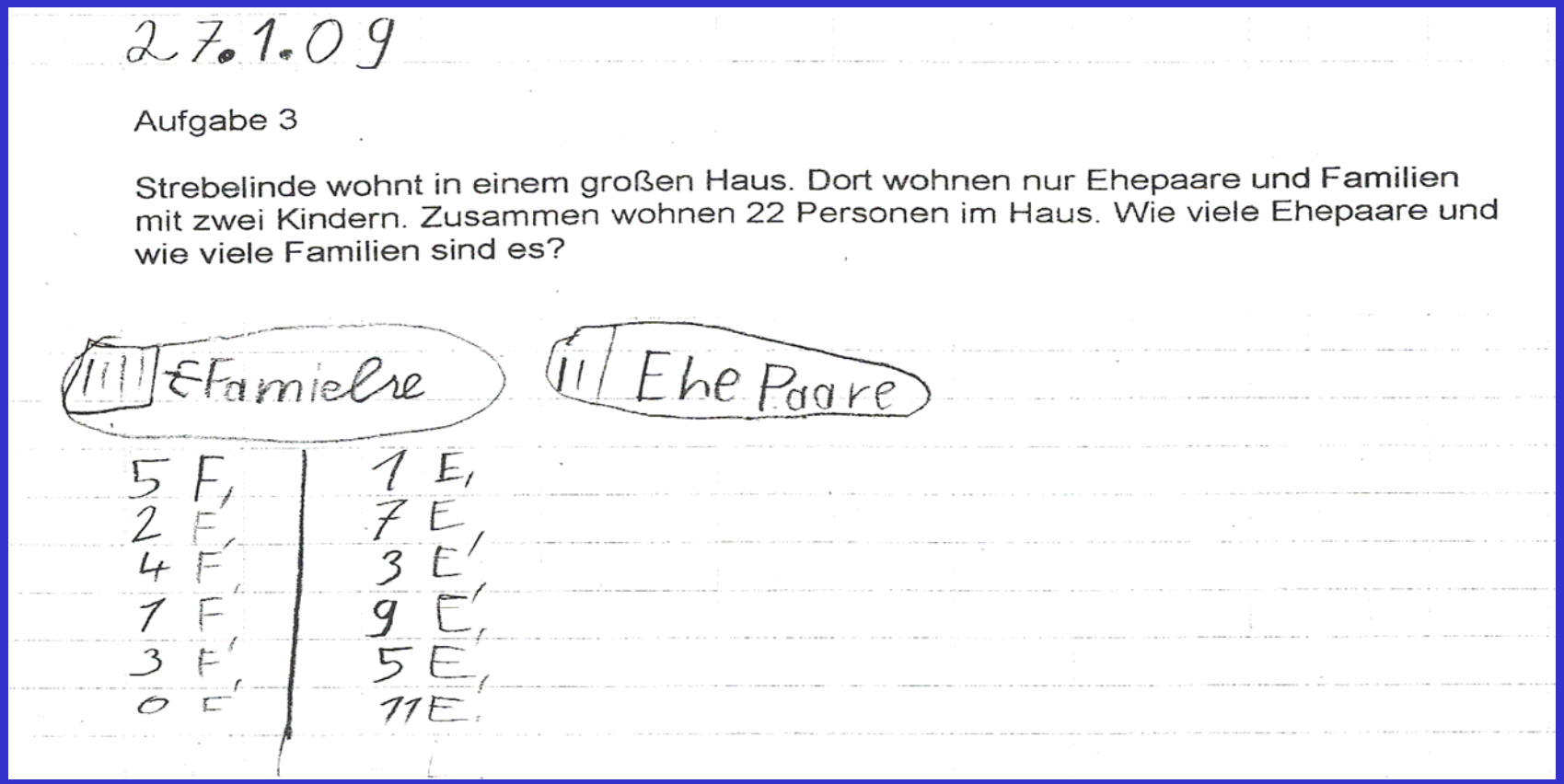
Aufgabe 7 10.03.09

Auf einem Bauernhof gibt es Hasen und Küken. Zusammen haben sie 24 Beine. Wie viele Hasen und wie viele Küken sind es?

6=H 0=Kü 0=H 12=Kü 8=Kü 2=H 10=Kü 7=H
6=Kü 3=H 4=Kü 4=H 2=Kü 5=H

Ich hate 6 Hasen und mer genech und dan habe 5 hasen genomen Nendan habe ich 4 3 2 1 0 genomen

Tabellennutzung



27.1.09

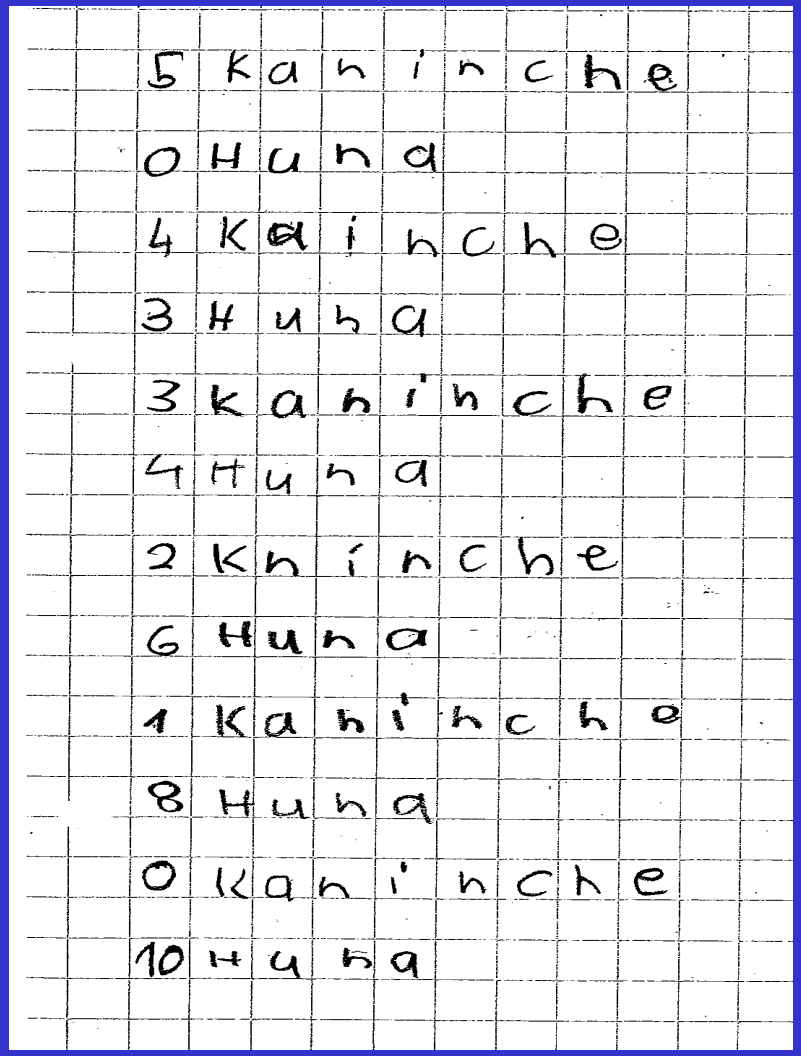
Aufgabe 3

Strebelinde wohnt in einem großen Haus. Dort wohnen nur Ehepaare und Familien mit zwei Kindern. Zusammen wohnen 22 Personen im Haus. Wie viele Ehepaare und wie viele Familien sind es?

1111 Familie	11 Ehe Paare
5 F,	1 E,
2 F,	7 E,
4 F,	3 E,
1 F,	9 E,
3 F,	5 E,
0 F	11 E

Vorgehensweisen – Schritt 2: Umwandungsstrategie sprachl. Symbol.

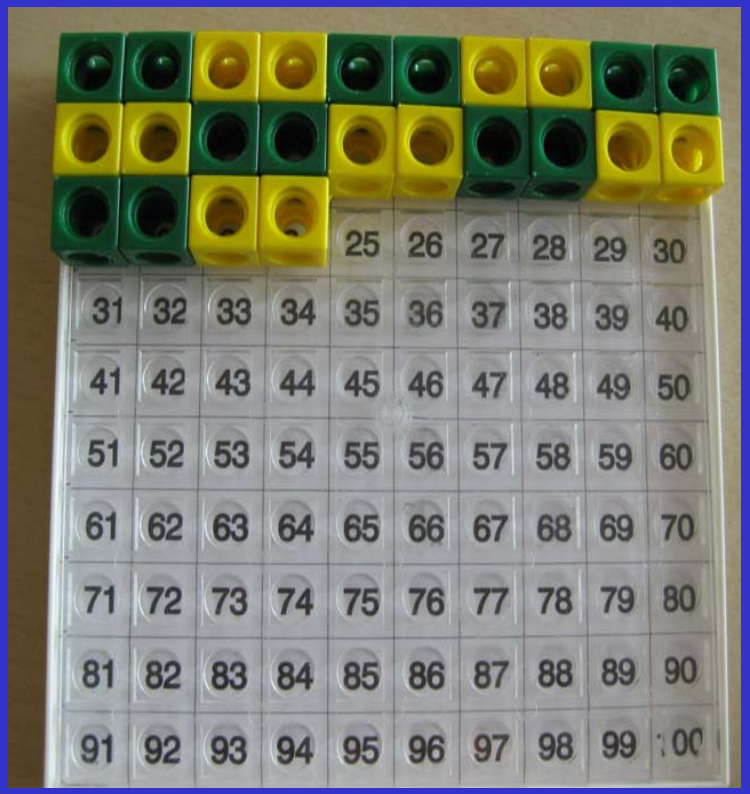
Entwickeln der Umwandelungsidee durch Steckwürfel-nutzung



Vorgehensweisen – Schritt 2: Materialnutzung

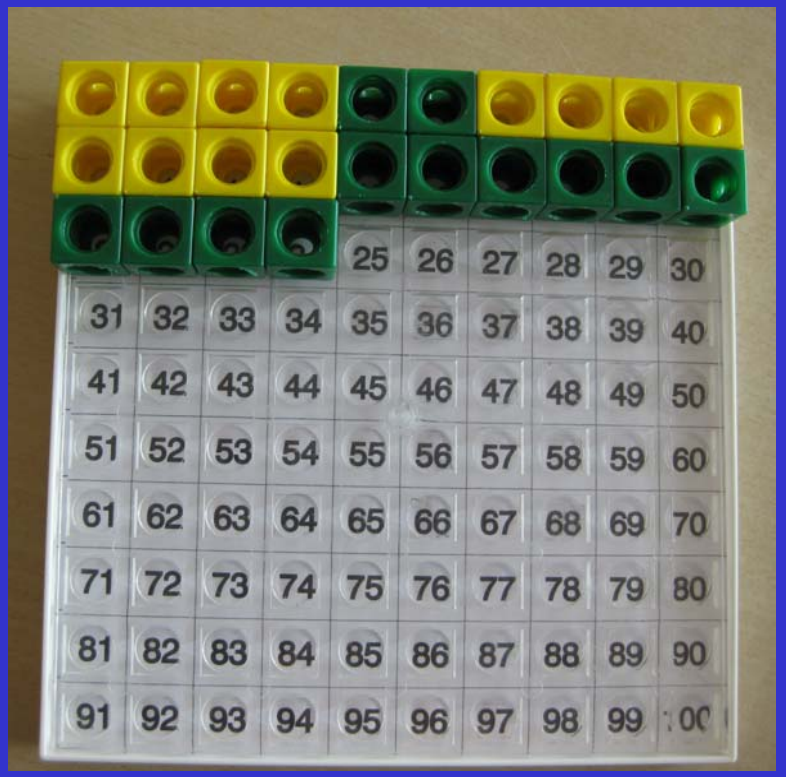
- **Hundertertafel**

Steckwürfelfarbe zum Rechnen genutzt



- **Hundertertafel**

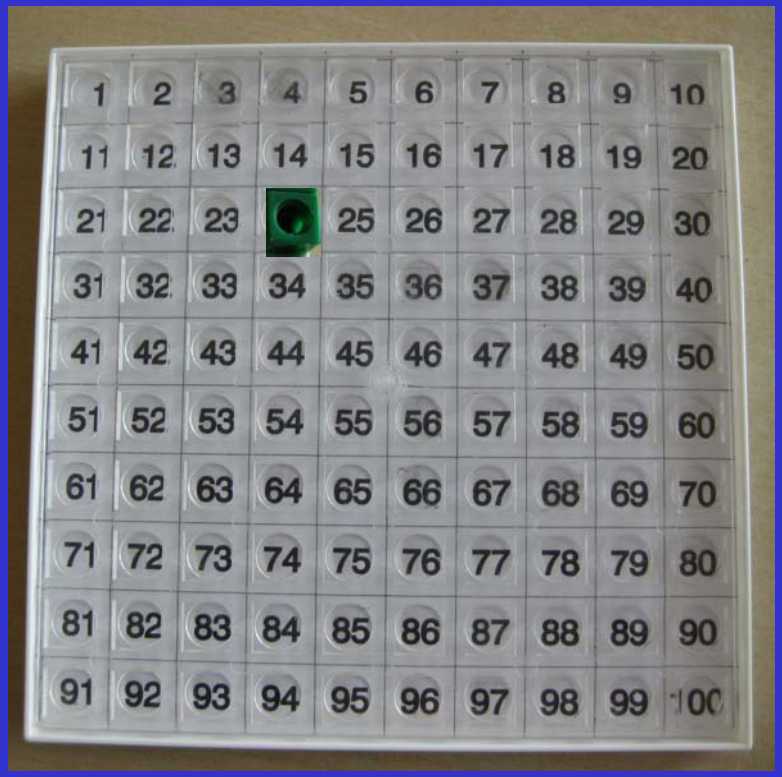
Steckwürfelfarbe für Tierdarstellung genutzt



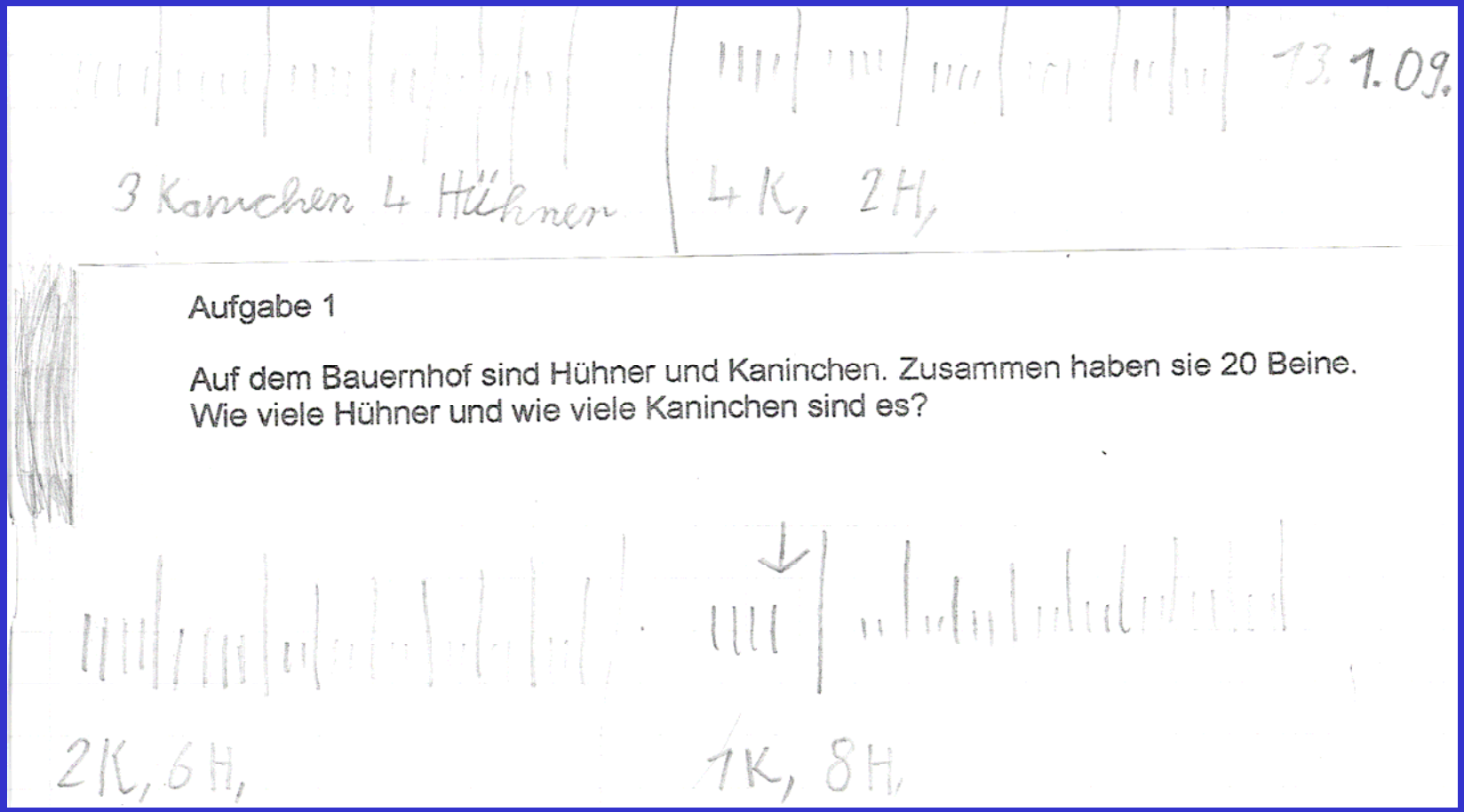
Materialeinsatz zur Ermittlung des rechnerischen Ergebnisses

- Hundertertafel

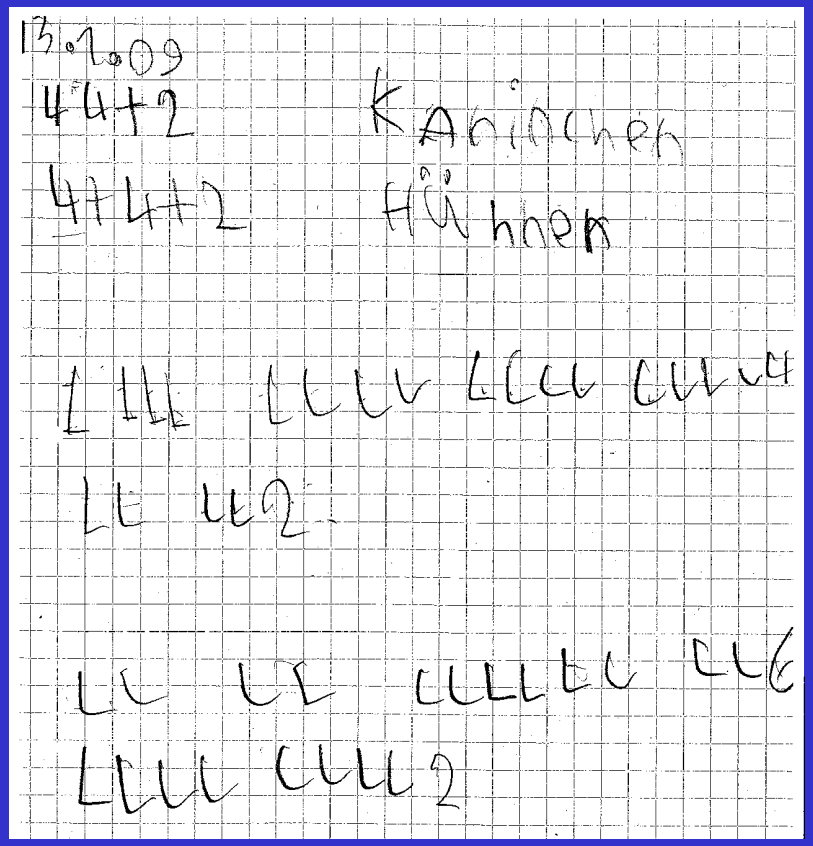
zum Überblick



Vorgehensweisen – Schritt 2: Umwandlungsstrategie zeichnerisch

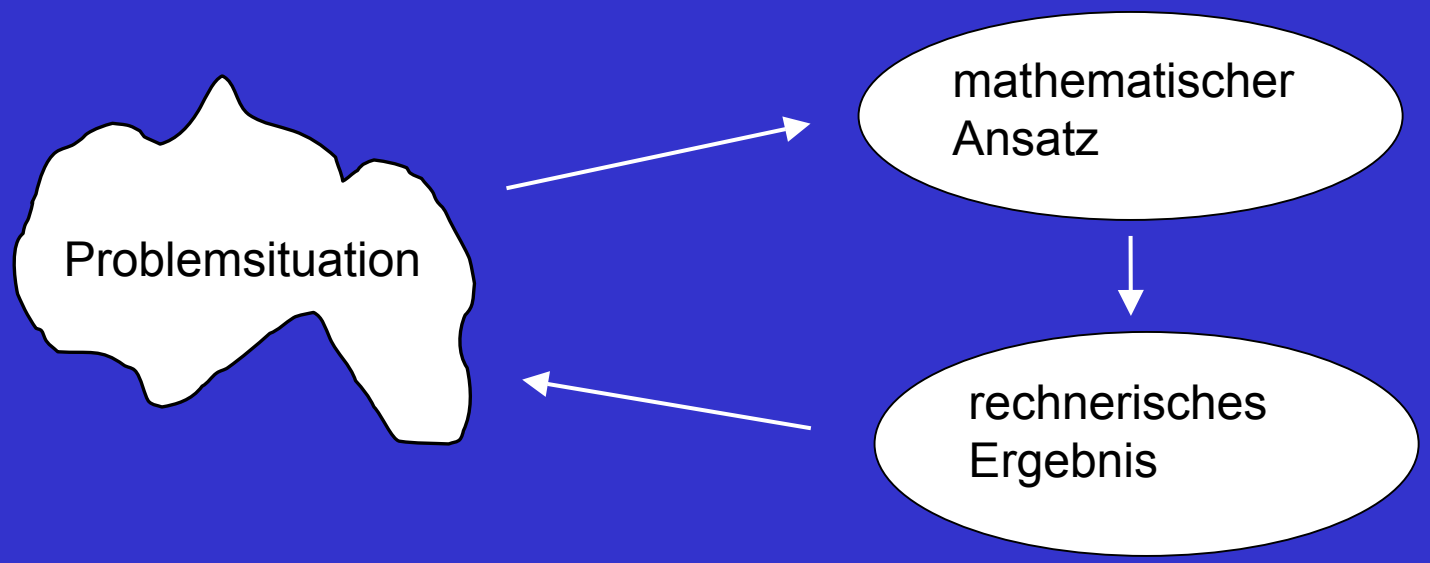


Vorgehensweisen – Schritt 2: weiteres Probieren



„Zwei Kaninchen und ein Huhn haben 10, also noch mal alles!“

Vorgehensweisen der Kinder – Perspektive Problemlösen



- systematisches Vorgehen (Umwandlungsstrategie)
  → auf symbolischer Ebene
  → mit Materialunterstützung
  → zeichnerisches Vorgehen

- Weiteres Probieren

Vorgehensweisen der Kinder – heuristische Strategien

- Zerlegen in Teilprobleme
- (systematisches) Probieren
- Suchraumeingrenzung
- Ziel-Mittel-Analyse
  $\rightarrow$ Einsatz von Skizzen, Tabellen, konkreten Objekten
- Analogiebildung

Vorgehensweisen der Kinder – weitere Auffälligkeiten

- Zusatzaufgaben
  → mit zunehmender Erfahrung zunehmende Bearbeitung

- Bemerkungen zur 7. Aufgabe
  → weniger Lösungsmöglichkeiten gefunden
  → Zunahme von Lösungen auf symbolischer Ebene

- Nachinterview
  → teilweise Rückgriff auf heuristische Strategien aus der Lernumgebung

- Wahl der Zahlen
  → verstärkter Materialeinsatz bei höheren Zahlen

Leistungsschwächere Kinder

„Jetzt hab ich nur Dreiräder gefunden. Dann probier ich nur Roller. Oh, Tauschaufgabe geht!“

Leistungsstärkere Kinder

„Mehr als 5 geht nicht. 6 Familien sind schon 24, also bei 5 ist Schluss.“ (Erklärung für Extremlösung bei Gesamtzahl 22)

„Also ich hab‘ 6 und 6 sind 12 gerechnet und nochma‘. Dann hab‘ ich gerechnet 12 und 12 sind 24. Da hab‘ ich 4 dazu getan, 28. Da brauch‘ ich aber noch zwei 4er mehr. Dann wars 36!!

Lernumgebung „problemhaltige Textaufgaben“ – (vorläufiges) Fazit

- Anzahl der Aufgaben pro Typ angemessen
  → Ausbildung heuristischer Strategien

- Umgang mit Heterogenität
  → frühe Behandlung lernförderlich
  → Zeitliche Flexibilität (pro Std. eine Aufgabe)
  → freie Notation der Lösungswege
  → freie Wahl der Sozialform
  → freie Wahl des Materials
  → Schwierigkeitsgrad über Zahlenwahl zu steuern
  → Schwierigkeitsgrad über Kontext zu steuern

Lernumgebung „problemhaltige Textaufgaben“ – (vorläufiges) Fazit

- Mathekonferenzen

  → Verbalisierung fördert Verständnis

  → Würdigung individueller Leistungen

  → Förderung der Kommunikation, Argumentation

  → Anregungspotential für andere Kinder

  → kognitiv anspruchsvoll, zeitlich nicht überstrapazieren

- Lernentwicklung

  → Anbahnung positiver Haltungen gegenüber Textaufgaben

  → Zunahme von Lösungen auf symbolischer Ebene

  → Zunahme der Lösungsanzahl bzw. Verbalisierungskompetenz (leistungsschwächere bzw. leistungsstärkere Kinder)

Prof. Dr. Dagmar Bönig, Dr. Waltraud Manschke,
Anne Goldmann, Sara Watzlawczyk

Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit !